

فصل چهارم

مطالعه پخش بار

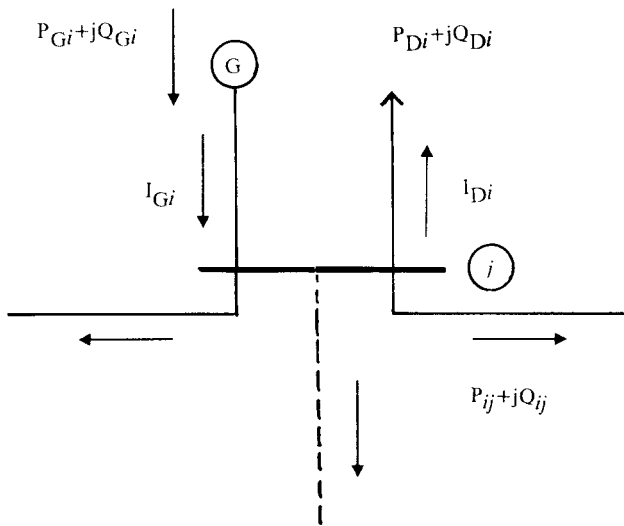
۱-۴ مقدمه

هدف از طراحی و بهره‌برداری از یک سیستم قدرت، تأمین بارهای مورد نیاز شبکه می‌باشد. همانطوریکه قبلاً گفته شد بارها را بصورت متمرکز روی شین‌ها در نظر می‌گیریم. در اینصورت مشخصات بارها را با توان اکتیو و توان راکتیو مصرفی آنها نشان می‌دهیم. مطالعه پخش بار^(۱) به محاسبه کمیت‌های الکتریکی سیستم قدرت در حالت ماندگار^(۲) به ازاء بارهای مشخص و معلوم می‌پردازد. این کمیت‌ها شامل ولتاژ شین‌ها، قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتورها و قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال می‌باشد. بنابر این بطور خلاصه می‌توان گفت که محاسبه پخش بار بطور کلی حل یک سیستم قدرت در حالت ماندگار و مقارن است.

در حقیقت طراحی و توسعه آینده سیستم با توجه به رشد بار و لزوم اضافه کردن ژنراتورها، ترانسفورماتورها و خطوط جدید در سیستم بدون مطالعه پخش بار امکان‌پذیر نمی‌باشد. همچنین مطالعه پخش بار نقش اساسی را در بررسی وضعیت فعلی یک سیستم و تصمیم‌گیری در مورد بهترین شرایط بهره‌برداری از آن را بعهدده دارد. در این فصل ابتدا به تشریح مسأله پخش بار پرداخته و پس از تعیین معادلات مربوطه، روش‌های عددی برای حل این معادلات را مورد بررسی قرار می‌دهیم و در نهایت چگونگی استفاده از کامپیوتر در حل مسأله پخش بار را مطالعه خواهیم نمود.

۴-۲ رابطه کمیت‌های الکتریکی در یک شین

در شکل (۴-۱) شین شماره i از یک سیستم قدرت در حالت کلی نشان داده شده است. در این شکل P_{Gi} و Q_{Gi} قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی ژنراتور، P_{Di} و Q_{Di} قدرت‌های اکتیو و راکتیو مصرفی بار و V_i ولتاژ شین i می‌باشند. هر شین از سیستم قدرت در حالت کلی می‌تواند دارای ژنراتور و بار، فاقد هر دو و یا فاقد یکی از آن دو باشد.



شکل ۴-۱: قدرتهای تولیدی و مصرفی در یک شین

قدرت تولیدی این شین عبارتست از:

$$S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$$

همچنین قدرت مختلط مصرفی این شین را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$S_{Di} = P_{Di} + jQ_{Di}$$

قدرت‌های اکتیو و راکتیو مختلط شین i طبق روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (4-1)$$

$$S_i = P_i + jQ_i$$

جریان شین i نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$I_i = I_{Gi} - I_{Di} \quad (4-2)$$

که در آن I_{Gi} جریان تولیدی شین، I_{Di} جریان مصرفی شین، و I_i جریان شین i می‌باشند. بین P_i ، Q_i ، V_i و I_i معادله زیر برقرار است:

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$I_i^* = \frac{P_i + jQ_i}{V_i}$$

و از آنجا:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (4-3)$$

در این معادله $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ می‌باشد که در اینجا δ_i زاویه ولتاژ شین i نسبت به شین اصلی (مرجع) می‌باشد.

۳-۴ انواع شین‌ها از دید مسأله پخش بار

برای شروع بررسی مسأله پخش بار، شین‌های سیستم قدرت را به سه دسته تقسیم می‌کنیم.

الف - شین اصلی (شین اسلک): از آنجائیکه ولتاژ و جریان شین‌ها اعداد مختلط هستند لذا یکی از شین‌های سیستم را بعنوان مرجع در نظر گرفته و اختلاف زاویه بقیه کمیت‌ها را با آن

می‌سنجیم. این شین را شین اصلی^(۱) یا اسلک^(۲) نامیده و معمولاً آنرا بعنوان شین شماره ۱ در نظر می‌گیریم.

زاویه ولتاژ شین اصلی (δ_1) برابر صفر منظور می‌گردد. از طرف دیگر با توجه به جمع بارهای مصرفی یک شبکه، قدرت تولیدی ژنراتورها (P_{Gi}) معلوم است. لیکن قبل از محاسبه پخش بار، تلفات سیستم مجهول بوده و لذا ضروری است که در یکی از شین‌ها قدرت‌های تولیدی P_{Gi} و Q_{Gi} نامعلوم فرض شوند تا پس از حل شبکه، کمبود تولید و تلفات سیستم برای ایجاد توازن قدرت توسط این شین که همان شین اصلی جبران‌گردد. بنابر این شین اصلی باید یکی از شین‌های دارای ژنراتور در سیستم باشد. در یک ژنراتور P_{Gi} و $|V_i|$ قابل کنترل هستند (روش‌های کنترل در فصول بعدی مورد بررسی قرار خواهد گرفت). در نتیجه با کنترل و تثبیت $|V_i|$ این کمیت برای شین اصلی معلوم است.

بطور خلاصه در شین اصلی دو کمیت $|V_1|$ و $\delta_1 = 0$ معلوم بوده و دو کمیت P_{G1} و Q_{G1} (و در نتیجه P_1 و Q_1) مجهول می‌باشند.

ب - شین‌های کنترل شده^(۳): بجز شین اصلی بقیه شین‌هایی که دارای ژنراتور هستند به شین‌های کنترل شده یا شین‌های PV موسومند. در این شین‌ها P_{Gi} معلوم است. با توجه به اینکه P_{Di} و Q_{Di} برای کلیه شین‌ها معلوم بوده و از روش‌های پیش‌بینی بار^(۴) قابل دستیابی هستند لذا $P_i = P_{Gi} - P_{Di}$ نیز معلوم می‌باشد. بنابر این در شین‌های کنترل شده دو کمیت $|V_i|$ و P_i معلوم بوده و دو کمیت δ_i و Q_i (و در نتیجه Q_{Gi}) مجهول می‌باشند.

ج - شین‌های بار^(۵): این شین‌ها که به شین‌های PQ نیز موسومند دارای ژنراتور نمی‌باشد. بنابراین:

$$P_{Gi} = Q_{Gi} = 0$$

با توجه به معلوم بودن قدرت‌های مصرفی P_{Di} و Q_{Di} کمیت‌های P_i و Q_i در این شین‌ها بترتیب زیر معلوم می‌باشند:

$$P_i = P_{Gi} - P_{Di} = 0 - P_{Di} = -P_{Di}$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} = 0 - Q_{Di} = -Q_{Di}$$

1- Main Bus

2- Slack Bus (or Swing Bus)

3- Controlled Bus (or PV Bus)

4- Load Forecasting

5- Load Bus

بنابر این در شین‌های بار P_i و Q_i معلوم و $|V_i|$ و θ_i مجهول هستند.

۴-۴ معادلات پخش بار^(۱):

همانطوریکه در تقسیم‌بندی شین‌ها ملاحظه می‌شود، در هر شین چهار کمیت اصلی P_i ، Q_i ، $|V_i|$ و θ_i مورد نظر هستند. در هر یک از شین‌ها دو کمیت معلوم و دو کمیت مجهول می‌باشند. با توجه به تعداد شین‌ها (n)، تعداد معلومات $2n$ و تعداد مجهولات نیز $2n$ می‌باشد، و لذا برای بدست آوردن مجهولات باید $2n$ معادله تشکیل گردد. مسأله پخش بار، روش تشکیل و حل این معادلات است که منجر به تعیین مجهولات فوق‌الذکر می‌گردد. اطلاعاتی که پس از حل معادلات و محاسبه پخش بار بدست می‌آید شامل موارد زیر است:

الف) ولتاژ شین‌ها $|V_i|$

ب) زاویه ولتاژ شین‌ها θ_i

ج) قدرت‌های اکتیو و راکتیو شین‌ها P_i و Q_i

د) قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی در شین‌های کنترل شده و اصلی P_{Gi} ، Q_{Gi}

ه) قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری در خطوط انتقال P_{ij} و Q_{ij}

و) تلفات هر خط و تلفات کل شبکه

برای تعیین معادلات پخش بار، ابتدا بردار جریان شین برحسب بردار ولتاژ شین را براساس

معادله (۳-۳) بصورت زیر می‌نویسیم:

$$I = Y_{bus} V$$

و یا

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \dots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه جریان شین ا بدست می آید که عبارتست از:

$$I_i = Y_{i1} V_1 + Y_{i2} V_2 + \dots + Y_{in} V_n = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (4-4)$$

از طرف دیگر طبق رابطه (۴-۳) جریان شین ا بر حسب قدرت اکتیو و راکتیو این شین عبارتست از:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (4-5)$$

با مقایسه روابط (۴-۴) و (۴-۵) داریم:

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (4-6)$$

و یا:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4-7)$$

با قرار دادن n و 2 و $1 = i$ می توان رابطه (۴-۷) را برای یک یک شین ها نوشت و به n معادله مختلط دست یافت. چون مقادیر V_i و Y_{ij} مختلط هستند، با تفکیک قسمت های حقیقی و موهومی رابطه (۴-۷) تعداد معادلات به $2n$ می رسد و چون در هر شین دو مجهول وجود دارد، تعداد مجهولات این معادلات نیز $2n$ می باشد.

معادله (۴-۷) شکل کلی معادله پخش بار را نشان می دهد. این معادله را بصورت های دیگری نیز می توان بیان نمود. اگر کمیت های رابطه (۴-۷) را مطابق زیر بصورت قطبی نشان دهیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i, \quad Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \phi_{ij}$$

با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۴-۷) شکل قطبی معادلات پخش بار را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-8)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-9)$$

اگر V_i و Y_{ij} را برحسب قسمت‌های حقیقی و موهومی آنها (فرم دکارتی) بنویسیم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = c_i + jf_i \quad (4-10)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (4-11)$$

و این مقادیر را در رابطه (۴-۷) جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$P_i = c_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} c_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} c_j)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} c_j - B_{ij} f_j) - c_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} f_j + B_{ij} c_j)$$

این روابط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_i = c_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (4-12)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - c_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (4-13)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} طبق معادلات زیر تعریف می‌شوند:

$$a_{ij} = G_{ij} c_j - B_{ij} f_j \quad (4-14)$$

$$b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} c_j \quad (4-15)$$

روابط (۴-۱۲) و (۴-۱۳) شکل دیگری از معادلات پخش بار را نشان می‌دهند که در آن‌ها از قسمت‌های حقیقی و موهومی ولتاژها و عناصر Y_{bus} استفاده شده است (فرم دکارتی معادلات

پخش بار). معادلات پخش بار غیر خطی بوده و لذا فقط از روش‌های آنالیز عددی قابل حل هستند. در ادامه بحث به حل این معادلات از روش‌های عددی می‌پردازیم.

۴-۵ روش گوس - سایدل ^(۱)

یکی از روش‌های عددی برای حل معادلات جبری غیر خطی روش گوس سایدل (GS) است که یک الگوریتم مبتنی بر تکرار ^(۲) می‌باشد. در این روش ابتدا باید بتوان معادله هر متغیر را برحسب بقیه متغیرها بدست آورد. برای اینکار با توجه به معادله (۴-۷) داریم:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j = V_i^* \left[Y_{ij} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j \right]$$

از این رابطه V_i را بدست می‌آوریم:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j \right], \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (4-16)$$

در شین شماره ۱ ولتاژ $|V_1|$ و زاویه δ_1 معلوم هستند. بنابر این در رابطه (۴-۱۶) محاسبه ولتاژها را از شین ۲ شروع می‌کنیم. به ازاء n و 3 و 2 تعداد مجهولات غیر خطی $n-1$ می‌باشد و تعداد مجهولات نیز $n-1$ ولتاژ (مختلط) است.

ابتدا مقادیر مناسبی برای ولتاژهای V_2 و V_3 و ... و V_n تخمین می‌زنیم. سپس از رابطه (۴-۱۶) به ازاء $i=2$ ولتاژ V_2 را با استفاده از مقادیر تخمین زده شده محاسبه می‌کنیم، و بعد به ازاء $i=3$ در رابطه (۴-۱۶) ولتاژ V_3 را برحسب مقدار جدید V_2 و حدس‌های اولیه دیگر ولتاژها بدست می‌آوریم. سپس V_4 را برحسب مقادیر جدید V_2 و V_3 و حدس‌های اولیه دیگر ولتاژها محاسبه می‌کنیم. این عملیات را تا $i=n$ ادامه می‌دهیم و در محاسبه هر ولتاژ از ولتاژهای جدید بدست آمده استفاده می‌کنیم. با بدست آمدن V_2 و V_3 و ... و V_n یک تکرار خاتمه یافته است.

تکرار دوم را با استفاده از مقادیر بدست آمده در پایان تکرار اول آغاز می‌کنیم و مجدداً V_p تا V_n را مشابه روش تکرار اول بدست می‌آوریم. تکرارها را آنقدر ادامه می‌دهیم تا اختلاف ولتاژها در دو تکرار متوالی بسیار کوچک شود. در این صورت ولتاژهای بدست آمده در آخرین تکرار مورد قبول بوده و همگرایی^(۱) حاصل شده است.

اگر ولتاژ محاسبه شده شین i در تکرار شماره k را با $V_i^{(k)}$ و ولتاژ محاسبه شده این شین در تکرار شماره $k+1$ را با $V_i^{(k+1)}$ نشان دهیم، برای حصول همگرایی باید رابطه زیر به ازاء مقادیر n و ... و ۳ و $۲ = i$ برقرار باشد:

$$|V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)}| \leq \varepsilon \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-17)$$

ε عدد بسیار کوچکی است که با توجه به میزان دقت مورد نیاز آنرا بین 10^{-3} تا 10^{-6} در نظر می‌گیریم.

حصول همگرایی و سرعت آن بستگی به تخمین اولیه دارد. با استفاده از روش‌های ریاضی می‌توان مناسب‌ترین مقادیر را برای تخمین اولیه بدست آورد. لیکن در مسأله پخش بار که ولتاژها نزدیک به ۱PU و زاویه ولتاژها حدود صفر است معمولاً ولتاژهای مجهول را $1 \angle 0^\circ$ PU تخمین می‌زنیم و لذا احتیاجی به محاسبه تخمین‌های اولیه ولتاژها نمی‌باشد. در محاسبه ولتاژ شین‌های بار (PQ) مقادیر P_i و Q_i معلوم هستند و لذا با استفاده از رابطه (۴-۱۶) ولتاژ V_i در هر تکرار قابل محاسبه است.

در محاسبه ولتاژ شین‌های کنترل شده (PV) مقادیر P_i و V_{i_spec} معلوم هستند. لیکن هنگام استفاده از معادله (۴-۱۶) به Q_i نیاز می‌باشد که جزو مجهولات است. لذا در هر تکرار ابتدا آنرا از رابطه زیر برحسب آخرین ولتاژهای بدست آمده و V_{i_spec} محاسبه می‌کنیم:

$$Q_i = -\text{Imag} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (4-18)$$

این رابطه از معادله (۴-۱۶) بدست آمده و کلمه Imag به مفهوم «قسمت موهومی» می‌باشد. پس از محاسبه Q_i ، آنرا در رابطه (۴-۱۶) جایگزین می‌کنیم تا V_i محاسبه شود.

یکی از قيود نامعادله‌ای در محاسبه ولتاژ شين‌های کنترل شده، ميزان قدرت راکتيو توليد شده توسط ژنراتورها می‌باشد که به این طریق بیان می‌شود:

$$Q_{Gi_{min}} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi_{max}} \quad (۴-۱۹)$$

و بنابر این قدرت راکتيو این شين‌ها نیز در محدوده زیر قرار می‌گیرد:

$$Q_{Gi_{min}} - Q_{Di} \leq Q_{Gi} - Q_{Di} \leq Q_{Gi_{max}} - Q_{Di}$$

$$Q_{i_{min}} \leq Q_i \leq Q_{i_{max}} \quad (۴-۲۰)$$

که در آن:

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$$

$$Q_{i_{max}} = Q_{Gi_{max}} - Q_{Di} \quad (۴-۲۱)$$

$$Q_{i_{min}} = Q_{Gi_{min}} - Q_{Di}$$

Q_i قدرت راکتيو شين، و $Q_{i_{min}}$ و $Q_{i_{max}}$ بترتيب قدرت‌های راکتيو ماکزيمم و ميني موم شين می‌باشند.

با توجه به این محدودیت، هنگامی که Q_i در یک تکرار از رابطه (۴-۱۸) محاسبه می‌گردد، باید دید که آیا در رابطه (۴-۲۰) صدق می‌کند یا نه. در صورتیکه این رابطه برقرار باشد Q_i مناسب بوده و شين i در این تکرار، شين کنترل شده باقی می‌ماند. با جایگزینی Q_i و $V_i = V_{i_{spec}}$ در رابطه (۴-۱۶) مقدار بعدی ولتاژ را برای $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ محاسبه می‌کنیم.

اگر $Q_i > Q_{i_{max}}$ باشد Q_i را مساوی $Q_{i_{max}}$ ، و اگر $Q_i < Q_{i_{min}}$ باشد آنرا مساوی $Q_{i_{min}}$ قرار می‌دهیم. در اینصورت چون P_i و Q_i برای این شين معلوم فرض شده‌است، شين i در این تکرار یک شين بار (PQ) در نظر گرفته می‌شود و ولتاژ آن دیگر $V_{i_{spec}}$ نمی‌باشد، بلکه همان مقدار فعلی V_i می‌باشد. بنابر این با قرار دادن مقادیر P_i ، Q_i و V_i در رابطه (۴-۱۶) مشابه شين‌های بار مقدار بعدی ولتاژ را محاسبه می‌کنیم.

۴-۶ تسریع همگرایی در الگوریتم GS

تعداد تکرارها برای حصول همگرایی در روش GS نسبتاً زیاد بوده و با افزایش تعداد شین‌ها، معمولاً تعداد تکرارها نیز افزایش می‌یابد. استفاده از ضریب تسریع^(۱) باعث افزایش سرعت همگرایی می‌گردد. اگر اختلاف ولتاژ محاسبه شده برای شین i در دو تکرار متوالی k و $k+1$ با $\Delta V_i^{(k+1)}$ نشان دهیم داریم:

$$\Delta V_i^{(k+1)} = V_i^{(k+1)} - V_i^{(k)} \quad (۴-۲۲)$$

اگر این اختلاف ولتاژ را که یک عدد مختلط است، در ضریب تسریع α ، که بزرگتر از یک است، ضرب کنیم و آنرا به $V_i^{(k)}$ اضافه کنیم، مقدار جدیدی برای ولتاژ شین i بدست می‌آید که آنرا با $V_{i_{acc}}^{(k+1)}$ نشان می‌دهیم. این مقدار برابر است با:

$$V_{i_{acc}}^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha \Delta V_i^{(k+1)} \quad (۴-۲۳)$$

حال برای محاسبه ولتاژ شین شماره $i + 1$ از $V_{i_{acc}}^{(k+1)}$ استفاده می‌کنیم. تجربه نشان داده است که مقدار α در حدود $1/4$ تا $1/7$ برای اغلب سیستم‌ها نتایج مناسبی را برای همگرایی معادلات پخش بار بدست می‌دهد. انتخاب مقادیر نامناسب و زیاد برای α گاهی اوقات باعث واگرایی^(۲) نیز می‌شود.

۴-۷ محاسبه قدرت‌ها در مسأله پخش بار

پس از بدست آمدن ولتاژها، می‌توان قدرت‌های مورد نیاز را بترتیب زیر محاسبه نمود: الف) قدرت اکتیو و راکتیو شین اصلی: با توجه به معادله (۴-۷) در صورت معلوم بودن ولتاژ شین‌ها قدرت اکتیو هر شین از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_i = \text{Real} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (۴-۲۴)$$

که در آن مقصود از Real، «قسمت حقیقی» می‌باشد. رابطه اخیر برای شین اصلی (شین شماره یک) عبارتست از:

$$P_1 = \text{Re} \left\{ V_1^* \sum_{j=1}^n Y_{1j} V_j \right\} \quad (4-25)$$

بهمین ترتیب قدرت راکتیو شین اصلی بدست می‌آید:

$$Q_1 = -\text{Im} \left\{ V_1^* \sum_{j=1}^n Y_{1j} V_j \right\} \quad (4-26)$$

سپس قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی این شین تعیین می‌گردند:

$$P_{G1} = P_1 + P_{D1} \quad (4-27)$$

$$Q_{G1} = Q_1 + Q_{D1}$$

ب) قدرت راکتیو شین‌های کنترل شده: این قدرت که در طول تکرارهای پخش بار در محدوده بین $Q_{i\min}$ و $Q_{i\max}$ کنترل می‌شود پس از تعیین ولتاژها از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q_i = -\text{Im} \left\{ V_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \right\} \quad (4-28)$$

و سپس قدرت راکتیو تولیدی این شین محاسبه می‌گردد:

$$Q_{Gi} = Q_i + Q_{Di} \quad (4-29)$$

ج) قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری بین شین‌ها: اگر بین دو شین i و j ترانسفورماتور T_k با امپدانس Z_k قرار گرفته باشد جریان عبوری از آن برابر است با:

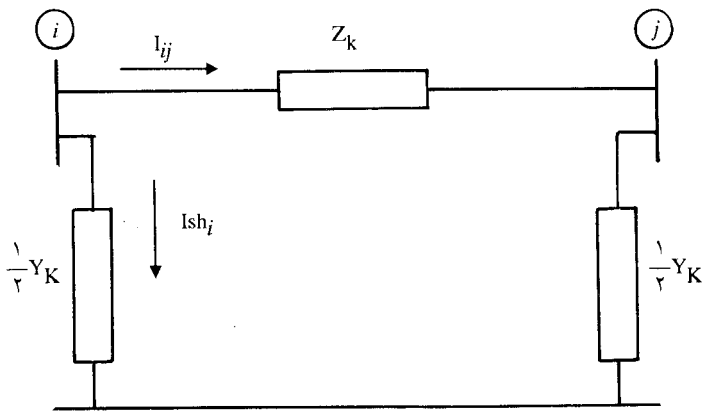
$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{Z_k} \quad (4-30)$$

و لذا قدرت جاری از شین i به شین j عبارتست از:

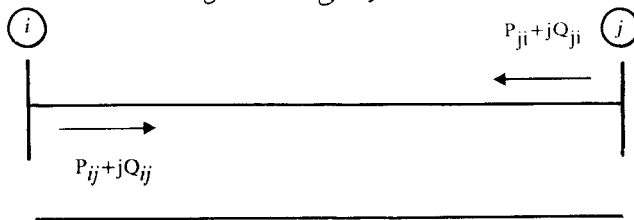
$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \quad (۴-۳۱)$$

چنانچه بین دو شین i و j خط انتقال L_k با امپدانس Z_k و ادمیتانس موازی Y_k مطابق شکل (۴-۲ الف) قرار گرفته باشد، قدرت مصرفی ادمیتانس موازی برابر است با:

$$S = V_i I_{sh_i}^* = V_i \left(\frac{1}{Y} Y_k V_i \right)^*$$



الف) مداراسمی π خط انتقال



ب) شکل اصلی خط انتقال

شکل ۴-۲: قدرت‌های جاری بین دو شین i و j

حال اگر شکل (۴-۲ ب) را معادل شکل (۴-۲ الف) در نظر بگیریم کل قدرت انتقالی از شین i به شین j برابر است با:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* + V_i \left(\frac{1}{Y} Y_k V_i \right)^*$$

با توجه به رابطه (۴-۳۰) داریم:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i \left[\frac{V_i - V_j}{Z_k} \right]^* + V_i \left(\frac{1}{Y} Y_k V_i \right)^*$$

و یا:

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i \left[\frac{V_i - V_j}{Z_k} + \frac{1}{Y} Y_k V_i \right]^* \quad (۴-۳۲)$$

بهمین ترتیب قدرت انتقالی از شین j به شین i برابر است با:

$$P_{ji} + jQ_{ji} = V_j \left[\frac{V_i - V_j}{Z_k} + \frac{1}{Y} Y_k V_j \right]^* \quad (۴-۳۳)$$

تلفات اکتیو و راکتیو خط انتقال نیز از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta P_{ij} = |P_{ij} + P_{ji}| \quad (۴-۳۴)$$

$$\Delta Q_{ij} = |Q_{ij} + Q_{ji}| \quad (۴-۳۵)$$

۸-۴ استفاده از کامپیوتر در پخش بار از روش GS

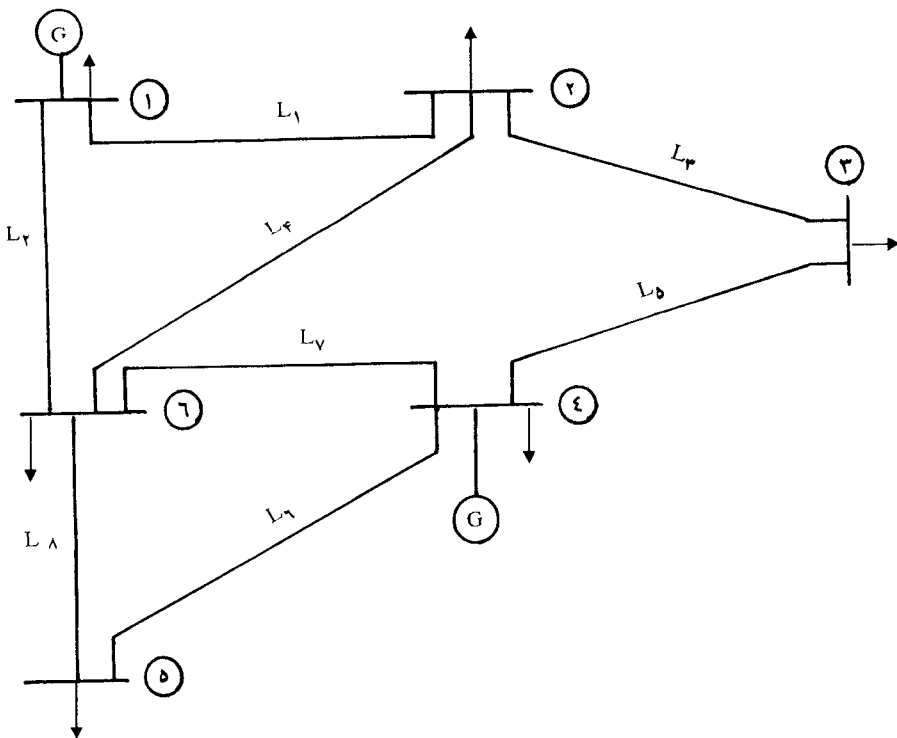
در سیستم‌های قدرت واقعی با تعداد شین‌های زیاد، با توجه به تکرار زیاد محاسبات در الگوریتم GS، استفاده از کامپیوترهای دیجیتال در حل مسأله پخش بار اجتناب ناپذیر است. شکل (۴-۴) فلوچارت حل مسأله پخش بار از روش گوس - سایدل نشان می‌دهد. در این فلوچارت n تعداد شین‌ها، l تعداد خطوط انتقال، و k نشان دهنده تعداد تکرار می‌باشد.

مثال ۴-۱: سیستم قدرت شکل (۳-۱۵) را که مجدداً در شکل (۴-۳) رسم شده است در نظر بگیرید. اطلاعات خطوط این سیستم در جدول (۳-۱) داده شده است و ماتریس Y_{bus} را در بخش (۳-۹) برای آن تشکیل داده‌ایم. اطلاعات شین‌ها برای این سیستم نیز در جدول (۴-۱) داده شده است.

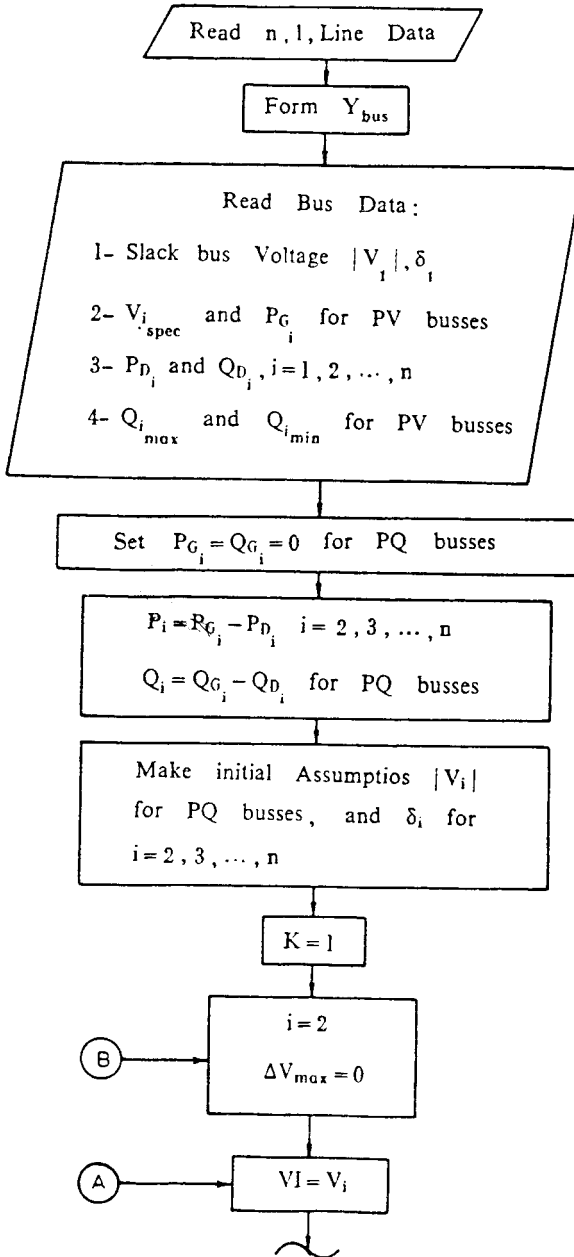
جدول ۴-۱: اطلاعات شین‌ها برای سیستم قدرت شکل (۴-۴)

Bus	V (PU)	Generation		Load		نوع شین
		Mw	Mvar	MW	Mvar	
۱	$1/0.2 \angle 0^\circ$	۸۰	۳۰	اصلی
۲	... $\angle \dots$	۰	۰	۶۰	۳۰	بار
۳	... $\angle \dots$	۰	۰	۷۰	۴۵	بار
۴	$1/0.5 \angle \dots$	۲۵۰	...	۱۱۰	۶۵	کنترل‌شده
۵	... $\angle \dots$	۰	۰	۵۵	۲۰	بار
۶	... $\angle \dots$	۰	۰	۶۰	۱۳	بار

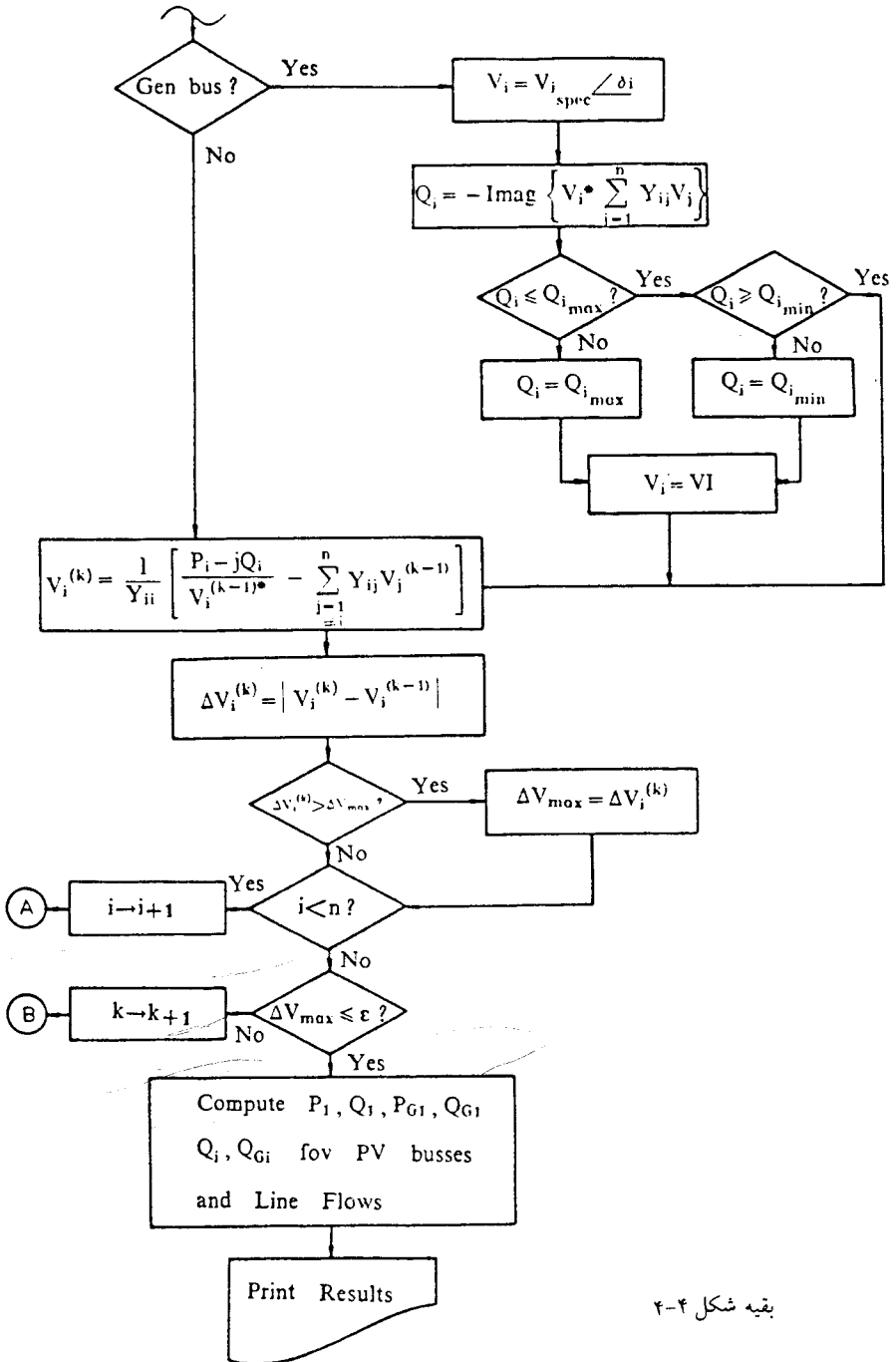
در جدول (۴-۱) کمیت‌های مجهول با سه نقطه (...) نشان داده شده‌اند. اگر $100 \text{ MVar} \leq Q_{G_r} \leq 170/4 \text{ Mvar}$ باشد، ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.



شکل ۴-۳: دیاگرام تک خطی سیستم قدرت مربوط به مثال (۴-۱)



شکل ۴-۴: فلوچارت حل مسأله پخش بار از روش گوس - سایدل



حلّ: ابتدا حدس‌های اولیه را برای ولتاژهای V_1 و V_2 و V_3 و ... و V_6 انتخاب می‌کنیم:

$$V_1 = 1/0.2 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_7 = 1/0.5 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

محاسبه را از شین ۲ که شین بار است شروع می‌کنیم:

$$P_2 = P_{G2} - P_{D2} = (0 - 60) \frac{1}{100} = -0.6 \text{ PU}$$

$$Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} = (0 - 30) \frac{1}{100} = -0.3 \text{ PU}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - (Y_{21} V_1 + Y_{23} V_3 + Y_{26} V_6) \right] \\ &= \frac{1}{10/328 \angle -80.08^\circ} \left\{ \frac{-0.6 + j0.3}{1 \angle 0^\circ} - [1/0.2 \angle 0^\circ (-0.1764 + j3/0.56) \right. \\ &\quad \left. + 1 \angle 0^\circ (-0.551 + j3/874) + 1 \angle 0^\circ (-0.464 + j3/29)] \right\} \\ &= 0.9733 \angle -3/0.97^\circ \text{ PU} \end{aligned}$$

حال V_3 را محاسبه می‌کنیم. در محاسبه V_3 از V_2 بدست آمده استفاده می‌کنیم:

$$P_3 = -0.7 \text{ PU}$$

$$Q_3 = -0.45 \text{ PU}$$

$$\begin{aligned}
 V_r &= \frac{1}{Y_{rr}} \left[\frac{P_r - jQ_r}{V_r^*} - (Y_{rr} V_r + Y_{rf} V_f) \right] \\
 &= \frac{1}{1.0/323 \angle -80.08^\circ} \left\{ \frac{-0.7 + j0.45}{1 \angle 0^\circ} - \left[(3/913 \angle 98/1^\circ \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times 0.9733 \angle -3/0.97^\circ \right) + (6/428 \angle 98/13^\circ \times 1/0.5 \angle 0^\circ) \right] \right\} \\
 &= 0.9729 \angle -4/78^\circ \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

شین ۴ شین کنترل شده است، لذا ابتدا Q_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 Q_r &= -\text{Imag} \left\{ V_r^* (Y_{rr} V_r + Y_{rf} V_f + Y_{rD} V_D + Y_{rE} V_E) \right\} \\
 &= -\text{Imag} \left\{ 1/0.5 \angle 0^\circ \left[(6/428 \angle 98/13^\circ \times 0.9729 \angle -4/78^\circ) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (21/0.52 \angle -80/93^\circ \times 1/0.5 \angle 0^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \times 1) \right] \right\} = 1/188 \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

$$Q_{r\max} = 170/4 - 65 = 105/4 \text{ Mvar} = 1/0.54 \text{ PU}$$

Q_r بدست آمده از $Q_{r\max}$ بیشتر است، لذا مقدار Q_r را در $Q_{r\max}$ تنظیم می‌کنیم و ولتاژ V_r را از آن بدست می‌آوریم:

$$Q_r = 1/0.54 \text{ PU}$$

$$P_r = (250 - 110) \times \frac{1}{100} = 1/4 \text{ PU}$$

$$\begin{aligned}
 V_f &= \frac{1}{Y_{ff}} \left[\frac{P_f - jQ_f}{V_f^*} - (Y_{fr} V_r + Y_{fd} V_d + Y_{ff} V_f) \right] \\
 &= \frac{1}{21/0.52 \angle -1.0/93^\circ} \left\{ \frac{-1/4 + j1/0.54}{1/0.5 \angle 0^\circ} - \left[(6/428 \angle 91/13^\circ \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times 0.9729 \angle -4/71^\circ) + (4/912 \angle 99/46^\circ \times 1) + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1) \right] \right\} \\
 &= 1/0.491 \angle 1/65^\circ \text{ PU}
 \end{aligned}$$

چون Q_f را برابر Q_{fmax} قرار داده‌ایم، شین شماره ۴ در این تکرار شین کنترل شده نبوده و V_f بدست آمده را برای آن می‌پذیریم. حال به محاسبه ولتاژ شین ۵ می‌پردازیم:

$$\begin{aligned}
 V_d &= \frac{1}{Y_{dd}} \left[\frac{P_d - jQ_d}{V_d^*} - (Y_{dr} V_r + Y_{dd} V_d) \right] \\
 &= \frac{1}{1/455 \angle -71/6^\circ} \left\{ \frac{-0.55 + j0/2}{1 \angle 0^\circ} - \left[(4/912 \angle 99/46^\circ \times 1/0.491 \angle 1/65^\circ) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (3/515 \angle 10.4/0.4^\circ \times 1 \angle 0^\circ) \right] \right\} \\
 &= 0.9982 \angle -2/47^\circ \text{ PU}
 \end{aligned}$$

شین ۶ نیز شین بار می‌باشد و ولتاژ آنرا بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 V_f &= \frac{1}{Y_{ff}} \left[\frac{P_f - jQ_f}{V_f^*} - (Y_{f1} V_1 + Y_{f2} V_2 + Y_{ff} V_f + Y_{fd} V_d) \right] \\
 &= \frac{1}{20/452 \angle -79/0.9^\circ} \left\{ \frac{-0/6 + j0/13}{1 \angle 0^\circ} - \left[(4/0.11 \angle 10.3/93^\circ \times 1/0.2 \angle 0^\circ) \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & + (3/323 \angle 98/0.2^\circ \times 0/973 \angle -3/0.97^\circ) + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1/0.491 \angle 1/65^\circ) \\ & + (3/515 \angle 104/0.4^\circ \times 0/9982 \angle -2/47^\circ) \end{aligned} \right\} = 1/133 \angle -1/69^\circ \text{ PU}$$

در اینجا تکرار اول خاتمه یافته است و در پایان این تکرار V_1 تا V_6 بترتیب زیر محاسبه شده‌اند:

$$V_1 = 1/0.2 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_2 = 0/9733 \angle -3/0.97^\circ \text{ PU}$$

$$V_3 = 0/929 \angle -4/78^\circ \text{ PU}$$

$$V_4 = 1/0.491 \angle 1/65^\circ \text{ PU}$$

$$V_5 = 0/9982 \angle -2/47^\circ \text{ PU}$$

$$V_6 = 1/0.133 \angle -1/69^\circ \text{ PU}$$

برای نمونه اختلاف ولتاژ محاسبه شده در تکرار اول را با حدس اولیه برای یکی از شین‌ها بدست می‌آوریم:

$$\Delta V_2 = |0/9733 \angle -3/0.97^\circ - 1 \angle 0^\circ| = 0/0596 \text{ PU}$$

این مقدار از $\epsilon = 10^{-2}$ بزرگتر می‌باشد و لذا باید محاسبه را برای تکرار دوم ادامه دهیم. محاسبات تکرار دوم را مجدداً از V_2 شروع می‌کنیم:

$$V_2 = \frac{1}{10/328 \angle -80/0.8^\circ} \left\{ \frac{-0/6 + j0/3}{0/9733 \angle 3/0.97^\circ} - \left[\frac{3/15 \angle 104/0.4^\circ}{0/9982 \angle -2/47^\circ} \right] \right. \\ \left. \times 1/0.2 \angle 0^\circ + \frac{3/913 \angle 98/1^\circ \times 0/9729 \angle -4/78^\circ}{0/9733 \angle 3/0.97^\circ} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. + (3/323 \angle 91.02^\circ \times 1/0.133 \angle -1/69^\circ) \right\} \\
 V_r &= 0.9637 \angle -5/47^\circ \quad \text{PU} \\
 V_r &= \frac{1}{1/0.323 \angle -81/87^\circ} \left\{ \frac{-0.7 + j0.45}{0.9729 \angle 4/78^\circ} - \left[(3/913 \angle 91/1^\circ \right. \right. \\
 & \left. \left. \times 0.9637 \angle -5/47^\circ) + (6/428 \angle 91/13^\circ \times 1/0.491 \angle 1/65^\circ) \right] \right\} \\
 &= 0.9602 \angle -4/43^\circ \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

محاسبه V_r را با تعیین Q_r شروع می‌کنیم، در محاسبه Q_r باید دقت نمود که از $|V_r| = V_{r\text{spec}} = 1/0.5 \text{PU}$ استفاده کنیم:

$$\begin{aligned}
 Q_r &= -\text{Imag} \left\{ 1/0.5 \angle -1/65^\circ \left[(6/428 \angle 91/13^\circ \times 0.9602 \angle -4/43^\circ) \right. \right. \\
 & \left. \left. + (2/0.52 \angle -80/93^\circ \times 1/0.5 \angle 1/65^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \right. \right. \\
 & \left. \left. \times 0.9982 \angle -2/47^\circ) + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1/0.133 \angle -1/69^\circ) \right] \right\} \\
 &= 1/0.13 \quad \text{PU}
 \end{aligned}$$

چون Q_r بدست آمده در محدوده قابل قبول است، لذا در این تکرار شین ۴ یک شین کنترل شده است. $|V_r| = 1/0.5 \text{PU}$ بوده و ولتاژ V_r را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 V_r &= \frac{1}{2/0.52 \angle -80/93^\circ} \left\{ \frac{1/4 + j1/0.13}{1/0.5 \angle -1/65^\circ} - \left[(6/428 \angle 91/13^\circ \right. \right. \\
 & \left. \left. \times 0.9602 \angle -4/43^\circ) + (4/982 \angle 99/46^\circ \times 0.9982 \angle -2/47^\circ) \right. \right. \\
 & \left. \left. + (9/671 \angle 99/46^\circ \times 1/0.133 \angle -1/69^\circ) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

$$= 1/0.461 \angle 0.57^\circ \text{ PU}$$

V_6 و V_5 را نیز محاسبه میکنیم تا تکرار دوم خاتمه یابد. عملیات را بهمین ترتیب ادامه می‌دهیم تا پس از تکرارهای کافی به نتیجه مطلوب برسیم. برای نشان دادن یک نمونه از خروجی کامپیوتری پخش بار، مطابق جدول (۲-۴) اطلاعات شین‌ها^(۱) را برای سیستم قدرت شکل (۴-۴) در نظر می‌گیریم.

جدول ۲-۴: اطلاعات شین‌ها برای سیستم قدرت شکل (۴-۴)

Bus	V	Gerneration		Load	
		MW	Mvar	MW	Mvar
۱	$1/0.5 \angle 0^\circ$	۸۰	۳۰
۲	... $\angle \dots$	۰	۰	۷۵	۲۳
۳	... $\angle \dots$	۰	۰	۵۰	۱۵
۴	$1/0.4 \angle \dots$	۲۳۰	...	۶۰	۲۵
۵	... $\angle \dots$	۰	۰	۹۰	۶۰
۶	... $\angle \dots$	۰	۰	۶۰	۳۰

جدول (۳-۴) نتیجه پخش بار سیستم فوق‌الذکر را برای این داده‌ها، که توسط کامپیوتر دیجیتال محاسبه شده‌است نشان می‌دهد. در این مسأله همگرایی پس از ۵۲ تکرار حاصل شده‌است. در این جدول، ستون اول شماره شین، ستون دوم دامنه ولتاژ و ستون سوم زاویه ولتاژ هر شین را نشان می‌دهد. همچنین ستون‌های چهارم و پنجم قدرت‌های اکتیو و راکتیو تولیدی شین‌ها بوده و ستون‌های ششم و هفتم قدرت‌های اکتیو و راکتیو بار شین‌ها می‌باشند. معمولاً در خروجی کامپیوتری پخش بار، قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری بین شین‌ها نیز نشان داده می‌شوند. ستون هشتم نشان دهنده شماره شین‌هایی است که از طریق خطوط انتقال و یا ترانسفورماتورها به هر یک از شین‌های ستون اول متصل هستند و ستون‌های نهم و دهم قدرت اکتیو و راکتیو جاری از هر یک از شین‌های ستون اول بطرف هر یک از شین‌های ستون هشتم می‌باشند.

با توجه به ولتاژهای بدست آمده ملاحظه می‌شود که ولتاژ شین ۵ برابر $|V_5| = 0.921 \text{PU}$ از حداقل ولتاژ قابل قبول (0.95PU) کمتر است. برای ترمیم ولتاژ این شین به مقدار قابل قبول $|V_5| = 0.95 \text{PU}$ می‌توان از یک جبران‌کننده^(۲) استفاده نمود. در اینجا نصب خازن موازی در شین ۵ می‌تواند ولتاژ این شین را بالا ببرد، ضمن اینکه بر ولتاژ شین‌های دیگر نیز تأثیر خواهد گذاشت. برای تعیین قدرت خازنی که بتواند ولتاژ این شین را از 0.921PU به 0.95PU برساند، در محاسبه پخش بار، شین ۵ را یک شین کنترل شده (PV) با مقادیر معلوم $V_{\text{dspec}} = 0.95 \text{PU}$ و $P_{G5} = 5$ در نظر می‌گیریم. نتیجه پخش بار با این داده‌ها در جدول (۴-۴) نشان داده شده است.

همانطوریکه در جدول (۴-۴) مشاهده می‌شود، قدرت راکتیو تولیدی شین ۵ مقدار 19.71MVar بدست آمده است و این همان قدرت راکتیو خازن نصب شده می‌باشد. بدین معنی که نصب خازنی با قدرت 19.71MVar می‌تواند ولتاژ شین ۵ را به 0.95PU برساند. مقایسه این جدول با جدول (۴-۳) نشان می‌دهد که ولتاژ همه شین‌ها با نصب این خازن افزایش یافته است و بیشترین تأثیر افزایش ولتاژ در شین ۵ (محل نصب خازن) دیده می‌شود.

جدول ۳-۴: نتیجه بخش بار سیستم قدرت شکل (۴-۴) برای داده‌های جدول (۴-۲)

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION		LOAD	LINE FLOW	
			MW	MVAR		MW	MVAR
1	1.05	0	193.99	58.53	80	30	2 58.41 13.85 6 55.58 11.68
2	.97	-9.421	0	0	75	23	1 -55.82 -9.63 3 -1.55 -8.81 6 -14.63 -4.56
3	.992	-8.902	0	0	50	15	2 4.58 6.92 4 -54.58 -21.92
4	1.04	-4.489	230	147.69	60	25	3 55.34 25.73 5 61.55 53.95 6 50.11 43.01
5	.921	-11.063	0	0	90	60	4 -62.35 -42.71 6 -27.64 -17.29
6	.989	-6.918	0	0	60	30	1 -53.77 -9.13 2 14.73 1.13 4 -49.41 -10.87 5 28.45 15.87

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

جدول ۴-۴: نتیجه پخش بار سیستم قدرت شکل (۴-۴) برای داده‌های جدول (۲-۴) با نصب خازن

BUS	VOLTAGE	ANGLE	GENERATION		LOAD		TO LINE FLOW		
			MW	MVAR	MW	MVAR	Bus	MW	MVAR
1	1.05	0	194.17	55.51	80	30	2	58.12	13.13
							6	95.06	13.11
2	.972	-9.379	0	0	75	23	1	-55.57	9.09
							3	-1.59	3.3
							6	-14.83	-5.61
3	.993	-8.911	0	0	50	15	2	1.62	6.38
							1	-51.62	-21.28
4	1.04	-1.121	230	136.1	60	25	3	95.38	25.15
							5	61.65	38.9
							6	19.98	57.16
							1	-62.89	-30.22
							6	-27.11	-10.07
5	.95	-11.099	0	19.71	90	60	1	-53.31	-7.11
							2	11.91	5.82
6	.995	-6.885	0	0	60	30	1	-19.35	-31.76
							5	27.72	7.68

نتایج استخراج شده: مرکز کامپیوتر دانشگاه علم و صنعت ایران

۹-۴ روش نیوتون - رافسون (۱)

یکی دیگر از روش‌های مبتنی بر تکرار برای حل معادلات جبری غیرخطی، روش نیوتون - رافسون NR می‌باشد. برای استفاده از روش NR در حل مسأله پخش بار راه‌های گوناگونی وجود دارد که در این بخش به بررسی متداول‌ترین آنها می‌پردازیم.

ابتدا باید معادلات غیرخطی پخش بار را برحسب متغیرهای مربوطه بدست آوریم. تعداد معادلات باید با تعداد متغیرها برابر باشد. اگر n تعداد شین‌های سیستم قدرت و m تعداد شین‌های کنترل شده (شامل شین اصلی) باشند، شین اصلی را با شماره ۱، شین‌های کنترل شده را با شماره‌های ۲ و ۳ و ... و m و شین‌های بار را با شماره‌های $m+1$ ، $m+2$ ، ...، n نشان می‌دهیم.

همانطوریکه قبلاً دیده‌ایم در هر شین i بجز شین اصلی، قدرت اکتیو معلوم است که آنرا قدرت برنامه‌ریزی شده P_i^{sch} (۲) می‌نامیم. در شین‌های بار نیز قدرت راکتیو معلوم است که آنرا قدرت راکتیو برنامه‌ریزی شده Q_i^{sch} (۳) می‌نامیم. بنابراین این کمیت‌های زیر در سیستم قدرت معلوم هستند که تعداد آنها $2n - m - 1$ می‌باشد:

$$P_1^{sch}, P_2^{sch}, \dots, P_n^{sch}$$

$$Q_{m+1}^{sch}, Q_{m+2}^{sch}, \dots, Q_n^{sch}$$

کمیت‌های مجهول در مسأله پخش بار در این روش عبارتند از:

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$$

$$|V_{m+1}|, |V_{m+2}|, \dots, |V_n|$$

که تعداد آنها نیز $2n - m - 1$ می‌باشد. بنابراین باید $2n - m - 1$ معادله برحسب مجهولات فوق بدست آورد. این معادلات در حقیقت روابط قدرت‌های اکتیو و راکتیو شین‌ها برحسب دامنه ولتاژ شین‌ها می‌باشند. معادلات (۸-۴) و (۹-۴) را در اینجا یادآوری می‌کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-36)$$

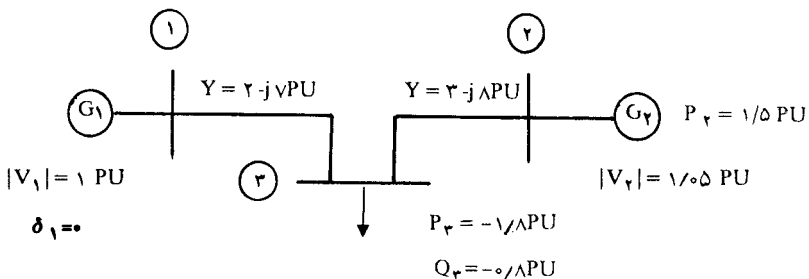
$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-37)$$

مقادیر $|Y_{ij}|$ و Φ_{ij} از ماتریس Y_{bus} معلوم می‌باشند. اگر در هر تکرار برحسب مقادیر حدس‌های اولیه و یا آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها، قدرت‌های P_i و Q_i را از معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) بدست آوریم، در صورتی همگرایی حاصل می‌شود که این مقادیر محاسبه شده با مقادیر برنامه ریزی شده P_i^{sch} و Q_i^{sch} برای هر شین برابر باشند. بنابر این معادلات نهائی برای استفاده از روش نیوتون - رافسون بشرح زیر می‌باشند:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i = 0 \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (4-38)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i = 0 \quad i = m+1, m+2, \dots, n \quad (4-39)$$

که در آنها P_i و Q_i قدرتهای محاسبه شده هستند که از معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) بدست می‌آیند. تعداد معادلات (۴-۳۸) و (۴-۳۹) نیز جمعاً $2n - m - 1$ می‌باشد. قبل از بررسی و حل این معادلات، موضوع را برای یک سیستم قدرت با سه شین مورد بررسی قرار می‌دهیم. سیستم قدرت شکل (۴-۵) را در نظر بگیرید. شین ۱ اصلی، شین ۲ کنترل شده و شین ۳ یک شین بار است.



شکل ۴-۵: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت برای مطالعه روش NR

در این سیستم قدرت داریم:

$$P_r^{\text{sch}} = 1/5 \text{ PU}$$

$$P_r^{\text{sch}} = -1/8 \text{ PU}$$

$$Q_r^{\text{sch}} = -0/8 \text{ PU}$$

کمیت‌های فوق‌الذکر مقادیر معلوم هستند و تعداد آنها $3 = 1 - 2 - 6 = m - n - 1$ می‌باشد. کمیت‌های مجهول به همین تعداد عبارتند از:

$$\delta_r, \delta_r, |V_r|$$

ولتاژ شین‌های ۱ و ۲ و ۳ با توجه به این مقادیر بشرح زیر هستند:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1/0.5 \angle \delta_r \text{ PU}$$

$$V_r = |V_r| \angle \delta_r \text{ PU}$$

ابتدا عناصر ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{11} = 2 - j7 = 7/28 \angle -74/05^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{22} = 3 - j8 = 8/544 \angle -69/44^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{33} = 5 - j15 = 15/81 \angle -71/57^\circ \text{ PU}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = 0$$

$$Y_{1r} = Y_{r1} = -2 + j7 = \sqrt{28} \angle \underline{105/95^\circ} \quad \text{PU}$$

$$Y_{2r} = Y_{r2} = -3 + j8 = \sqrt{544} \angle \underline{110/56^\circ} \quad \text{PU}$$

با جایگزینی مقادیر فوق در معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) و استفاده از معادلات (۴-۳۸) و (۴-۳۹) خواهیم داشت:

$$\Delta P_r = 1/5 - [3/31 - 3/15 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + 8/4 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r)]$$

$$\Delta P_r = -1/8 - [-2 |V_r| \cos \delta_r + 7 |V_r| \sin \delta_r - 3/15 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + 8/4 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r) + 5 |V_r|^2] = 0$$

$$\Delta Q_r = -0/8 - [7 |V_r| \cos \delta_r + 2 |V_r| \sin \delta_r + 8/4 |V_r| \cos(\delta_r - \delta_r) + 3/15 |V_r| \sin(\delta_r - \delta_r) - 5 |V_r|^2] = 0$$

این سه معادله، معادلات پخش بار برحسب سه متغیر δ_r ، δ_r ، $|V_r|$ هستند که باید از روش نیوتون-رافسون حل شوند.

تا اینجا روش تشکیل معادلات برای استفاده از روش NR را بررسی کرده ایم. قدم بعدی، بررسی روش حل این معادلات است. در سیستم قدرت سه شینه مذکور قدرت های P_r و P_r و Q_r تابعی از δ_r ، δ_r ، $|V_r|$ هستند که این تابعیت را به صورت زیر نشان می دهیم:

$$P_r = P_r(\delta_r, \delta_r, |V_r|)$$

$$P_r = P_r(\delta_r, \delta_r, |V_r|)$$

$$Q_r = Q_r(\delta_r, \delta_r, |V_r|)$$

دیفرانسیل این سه تابع را بدست می آوریم:

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

$$\Delta P_r = \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

$$\Delta Q_r = \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial Q_r}{\partial |V_r|} \Delta |V_r|$$

این معادلات را بصورت ماتریس بیان می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_r| & \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \\ \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial P_r}{\partial \delta_r} & |V_r| & \frac{\partial P_r}{\partial |V_r|} \\ \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial Q_r}{\partial \delta_r} & |V_r| & \frac{\partial Q_r}{\partial |V_r|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_r \\ \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_r \\ \Delta Q_r \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

ماتریس مشتقات جزئی در معادله اخیر، به ماتریس جاکوبین^(۱) معروف است. در هر تکرار می‌توان P_r و P_r و Q_r را برحسب حدس‌های اولیه و با آخرین مقادیر موجود ولتاژها و زاویه آنها بدست آورد. سپس با معلوم بودن P_r^{sch} و P_r^{sch} و Q_r^{sch} مقادیر ΔP_r و ΔP_r و ΔQ_r بشرح زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r$$

$$\Delta P_r = P_r^{sch} - P_r$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{sch} - Q_r$$

بنابر این بردار $\begin{bmatrix} \Delta P_r \\ \Delta P_r \\ \Delta Q_r \end{bmatrix}$ در معادله (۴-۴۰) معلوم می‌باشد. چنانچه بتوانیم عناصر ماتریس

جاکوبین را در این تکرار محاسبه کنیم و در معادله (۴-۴۰) قرار دهیم، کمیت‌های $\Delta\delta_3$ و $\Delta\delta_2$ و بدست خواهند آمد (روش محاسبه عناصر ماتریس جاکوبین را در بخش (۴-۹-۱) مورد بررسی قرار خواهیم داد).

اگر در تکرار شماره K ، آخرین مقادیر موجود $\delta_2(K)$ و $\delta_3(K)$ و $|V_3|(K)$ بوده و مقادیر $\Delta\delta_3$ و $\Delta\delta_2$ و $\Delta|V_3|$ را در این تکرار بدست آوریم، مقادیر جدید δ_2 و δ_3 و $|V_3|$ به این ترتیب تعیین می‌شوند:

$$\delta_2(K+1) = \delta_2(K) + \Delta\delta_2$$

$$\delta_3(K+1) = \delta_3(K) + \Delta\delta_3$$

$$|V_3|(K+1) = |V_3|(K) + \Delta|V_3|$$

به این ترتیب مقادیر جدیدی برای کمیت‌های مجهول بدست آمده و یک تکرار خاتمه یافته است. در یک سیستم قدرت با n شین، که تعداد شین‌های دارای ژنراتور (بانضمام شین اصلی) برابر m می‌باشد، معادله (۴-۴۰) بصورت معادله (۴-۴۱) نوشته می‌شود.

برای سهولت محاسبات، هریک از مشتق‌ها را به این ترتیب نشان می‌دهیم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \quad i, j = 2, 3, \dots, n$$

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad \begin{array}{l} i = 2, 3, \dots, n \\ j = m+1, m+2, \dots, n \end{array}$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \quad \begin{array}{l} i = m+1, m+2, \dots, n \\ j = 2, 3, \dots, n \end{array}$$

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} |V_j| \quad i, j = m+1, m+2, \dots, n$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \dots & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_3} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial V_{m+1}} \dots |V_n| \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial V_{m+1}} \dots |V_n| \frac{\partial P_3}{\partial |V_n|} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_{m+1}} \dots |V_n| \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 & \Delta \delta_3 & \dots & \Delta \delta_n \\ \frac{\Delta |V_{m+1}|}{|V_{m+1}|} & \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|} & \dots & \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_{m+1} \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} \tag{*-(41)}$$

با توجه به این روابط، معادله (۴-۴۱) به صورت معادله (۴-۴۲) بیان می‌شود. شکل خلاصه‌تر این معادله عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

در ماتریس جاکوبین $\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}$ که ابعاد آن $(2n - m - 1)(2n - m - 1)$ می‌باشد، ابعاد هر یک از ماتریس‌های H ، N ، J ، L بشرح زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} H & (n-1)(n-1) \\ N & (n-1)(n-m) \\ J & (n-m)(n-1) \\ L & (n-m)(n-m) \end{aligned}$$

رابطه اخیر برای سیستم قدرت سه شینه شکل ۴-۵ به این صورت بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} H_{\tau\tau} & H_{\tau\tau} & N_{\tau\tau} \\ H_{\tau\tau} & H_{\tau\tau} & N_{\tau\tau} \\ J_{\tau\tau} & J_{\tau\tau} & L_{\tau\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_{\tau} \\ \Delta\delta_{\tau} \\ \frac{\Delta |V_{\tau}|}{|V_{\tau}|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_{\tau} \\ \Delta P_{\tau} \\ \Delta Q_{\tau} \end{bmatrix}$$

H_{rr}	H_{rr}	$\dots H_{rm}$	$H_{r(m+1)}$	$\dots H_{rn}$	$N_{r(m+1)}$	$\dots N_{rn}$	$\Delta\delta_r$	ΔP_r
H_{rr}	H_{rr}	$\dots H_{rm}$	$H_{r(m+1)}$	$\dots H_{rn}$	$N_{r(m+1)}$	$\dots N_{rn}$	$\Delta\delta_r$	ΔP_r
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
H_{m}	H_{m}	$\dots H_{mm}$	$H_{m(m+1)}$	$\dots H_{mn}$	$N_{m(m+1)}$	$\dots N_{mn}$	$\Delta\delta_m$	ΔP_m
$H_{(m+1)}$	$H_{(m+1)}$	$\dots H_{(m+1)m}$	$H_{(m+1)(m+1)}$	$\dots H_{(m+1)n}$	$N_{(m+1)(m+1)}$	$\dots N_{(m+1)n}$	$\Delta\delta_{m+1}$	ΔP_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	$\Delta\delta_{m+1}$	ΔP_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	$\Delta\delta_{m+1}$	ΔP_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	$\Delta\delta_n$	ΔP_n
H_n	H_n	$\dots H_{nn}$	$H_{n(m+1)}$	$\dots H_{nn}$	$N_{n(m+1)}$	$\dots N_{nn}$	$\Delta\delta_n$	ΔP_n
$J_{(m+1)}$	$J_{(m+1)}$	$\dots J_{(m+1)m}$	$J_{(m+1)(m+1)}$	$\dots J_{(m+1)n}$	$L_{(m+1)(m+1)}$	$\dots L_{(m+1)n}$	$\frac{\Delta V_{m+1} }{ V_{m+1} }$	ΔQ_{m+1}
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	$\frac{\Delta V_n }{ V_n }$	ΔQ_n
J_n	J_n	$\dots J_{nm}$	$J_{n(m+1)}$	$\dots J_{nn}$	$L_{n(m+1)}$	$\dots L_{nn}$	$\frac{\Delta V_n }{ V_n }$	ΔQ_n

۴-۹-۱ تعیین عناصر ماتریس جاکوبین

برای محاسبه مشتقات جزئی در ماتریس جاکوبین از معادلات (۴-۳۶) و (۴-۳۷) مطابق زیر استفاده می‌کنیم:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-43)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad (4-44)$$

مشتق P_i برحسب δ_i برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - |V_i| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

با استفاده از معادله (۴-۴۴) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - [Q_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin(-\phi_{ii})]$$

و بنابراین:

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (4-45)$$

در اینجا B_{ii} قسمت موهومی عنصر Y_{ii} در ماتریس Y_{bus} می‌باشد.

مشتق P_i برحسب δ_j ، $j \neq i$ ، این چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} &= |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \\ &= |V_i| |V_j| |Y_{ij}| [\sin(\delta_i - \delta_j) \cos \phi_{ij} - \cos(\delta_i - \delta_j) \sin \phi_{ij}] \end{aligned}$$

پس از بسط دادن جملات مثلثاتی فوق و یک سری عملیات داریم:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = a_{ij} f_i - b_{ij} c_i \quad j \neq i \quad (4-46)$$

در اینجا a_{ij} و b_{ij} از روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$a_{ij} = G_{ij} e_j - B_{ij} f_j$$

$$b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} e_j$$

در این روابط G_{ij} و B_{ij} بترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی عنصر Y_{ij} از ماتریس Y_{bus} ، و e_j و f_j نیز بترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی V_j هستند:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \underline{\phi_{ij}} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$V_j = |V_j| \angle \underline{\delta_j} = e_j + jf_j$$

مشتقات جزئی Q_i برحسب δ_i و δ_j نیز به روش مشابه و بشرح زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = - |V_i| \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$= P_i - |V_i|^2 |Y_{ii}| \cos \phi_{ii}$$

$$J_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \quad (4-47)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = - a_{ij} e_i - b_{ij} f_i \quad j \neq i \quad (4-48)$$

حال مشتقات توان‌های اکتیو و راکتیو را برحسب دامنه ولتاژها بدست می‌آوریم. مشتق P_i برحسب $|V_i|$ برابر است با:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = - |V_i| |Y_{ij}| \cos \phi_{ii} + \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

طرفین این رابطه را در $|V_i|$ ضرب می‌کنیم:

$$|V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = - |V_i|^2 G_{ii} + |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

و از آنجا:

$$N_{ii} = |V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = P_i - |V_i|^2 G_{ii} \quad (4-49)$$

حال مشتق P_i را بر حسب $|V_j|$ ، $j \neq i$ ، بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij}) \quad j \neq i$$

طرفین این رابطه را در $|V_j|$ ضرب می‌کنیم:

$$|V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos (\delta_i - \delta_j - \phi_{ij})$$

$$N_{ij} = |V_j| \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = a_{ij} c_i + b_{ij} f_i \quad j \neq i \quad (4-50)$$

عناصر L_{ii} و L_{ij} نیز بهمین ترتیب محاسبه می‌شوند:

$$L_{ii} = |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (4-51)$$

$$L_{ij} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = a_{ij} f_i - b_{ij} c_i \quad j \neq i \quad (4-52)$$

۲-۹-۴ مراحل حل مسأله پخش بار از روش NR

تا اینجا کلیه روابط مورد نیاز را برای استفاده از روش نیوتون - رافسون در حل مسأله پخش بار بدست آورده‌ایم. با توجه به این روابط، مراحل حل مسأله پخش بار بصورت زیر خواهد بود:

۱- با داشتن اطلاعات خطوط، ماتریس Y_{bus} را تشکیل می‌دهیم. این ماتریس و عناصر آن در طول محاسبه پخش بار ثابت می‌باشد. با تشکیل Y_{bus} کلیه مقادیر G_{ij} و B_{ij} بشرح زیر تعیین می‌گردند:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

۲- برای V_2, V_3, \dots, V_n مقادیر مناسبی تخمین می‌زنیم. در اینصورت داریم:

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = e_i + jf_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

۳- مقادیر a_{ij} و b_{ij} را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_{ij} = G_{ij} e_j - B_{ij} f_j \\ b_{ij} = G_{ij} f_j + B_{ij} e_j \end{cases} \begin{cases} i = 2, 3, \dots, n \\ j = 1, 2, 3, \dots, n \end{cases}$$

۴- قدرت‌های P_i و Q_i را بدست می‌آوریم:

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^n a_{ij} + f_i \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^n a_{ij} - e_i \sum_{j=1}^n b_{ij}$$

۵- با توجه به مقادیر معلوم P_i^{sch} و Q_i^{sch} مقادیر ΔP_i و ΔQ_i را تعیین می‌کنیم:

$$\Delta P_i = P_i^{sch} - P_i \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{sch} - Q_i \quad i = m+1, \dots, n$$

۶- برای حصول همگرایی باید ΔP_i و ΔQ_i تقریباً برابر صفر گردند، لذا صحت روابط زیر را آزمایش می‌کنیم:

$$|\Delta P_i| \leq \varepsilon \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$|\Delta Q_i| \leq \varepsilon \quad i = m+1, \dots, n$$

اگر این روابط صادق باشند ولتاژهای فعلی مورد قبول هستند و همگرایی حاصل شده است. در صورت عدم صحت روابط فوق، محاسبات را بشرح زیر ادامه می‌دهیم.

۷- ماتریس جاکوبین را با توجه به روابط (۴-۴۵) تا (۴-۵۲) تشکیل می‌دهیم. برای تعیین عناصر این ماتریس به کمیت‌های Q_i ، P_i ، a_{ij} و b_{ij} نیاز داریم که در مراحل ۳ و ۴ آنها را بدست آورده‌ایم.

۸- از رابطه زیر $\Delta \delta_2$ و $\Delta \delta_3$ و ... و همچنین $\Delta \delta_n$ و ... و $\Delta |V_{m+1}|$ و ... و $\Delta |V_n|$ را

محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

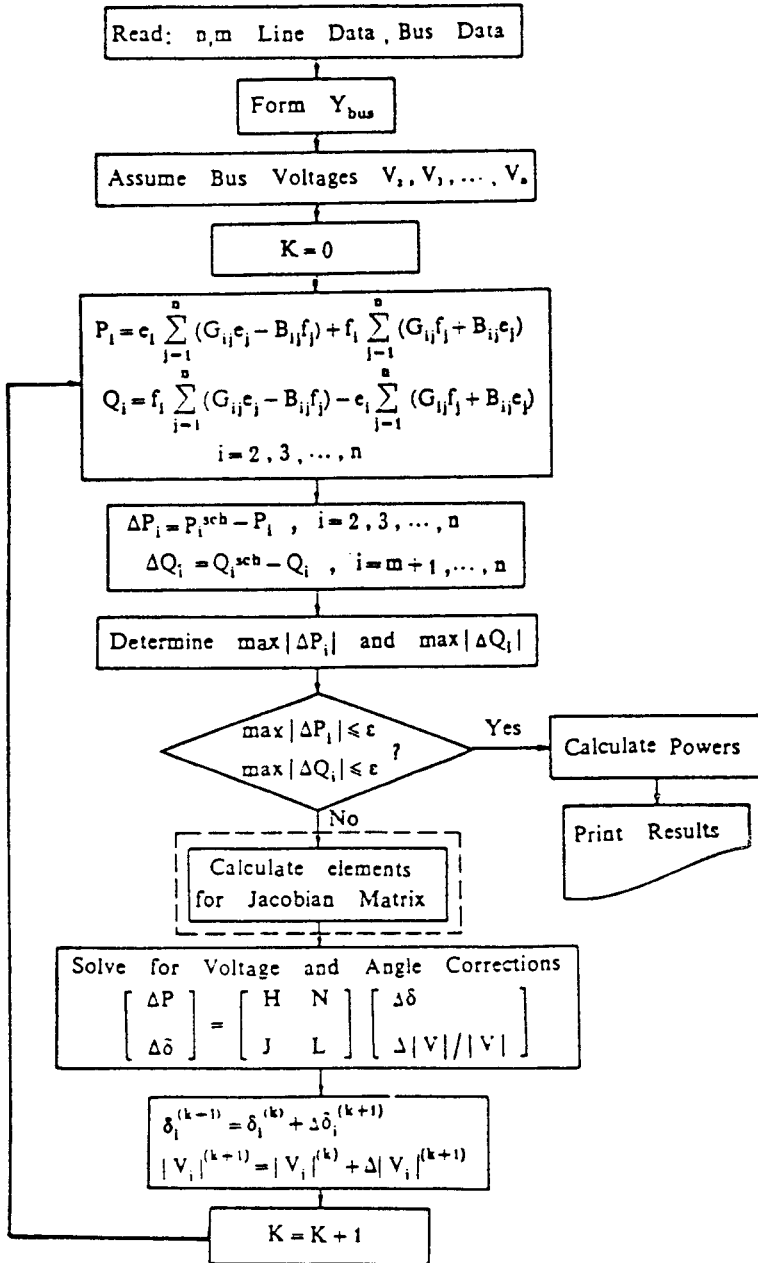
مقادیر ΔP ها و ΔQ ها که در این رابطه مورد نیاز هستند، از مرحله ۶ بدست آمده‌اند.

۹- مقادیر بعدی ولتاژها و زاویه آنها را از معادله زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \hline |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \hline |V_{m+1}| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix}^{(k)} + \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_{m+1}| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix} \quad (4-53)$$

به این ترتیب یک تکرار خاتمه یافته است و مقادیر جدیدی برای زاویه ولتاژ کلیه شین‌ها (بجز شین اصلی) و دامنه ولتاژ شین‌های بار بدست آمده است. حال برای آزمایش جواب‌های بدست آمده به مرحله ۳ برمی‌گردیم. همگرایی هنگامی حاصل می‌شود که در یکی از تکرارها

نامعادلات مرحله ۶ برقرار گردند. با توجه به مراحل فوق الذکر، فلوجارت حل مسأله پخش بار با استفاده از روش نیوتون - رافسون در شکل (۴-۶) رسم شده است.



شکل ۴-۶: فلوجارت حل مسأله پخش بار با استفاده از روش NR

۳-۹-۴ محاسبه ولتاژ در شین‌های کنترل شده

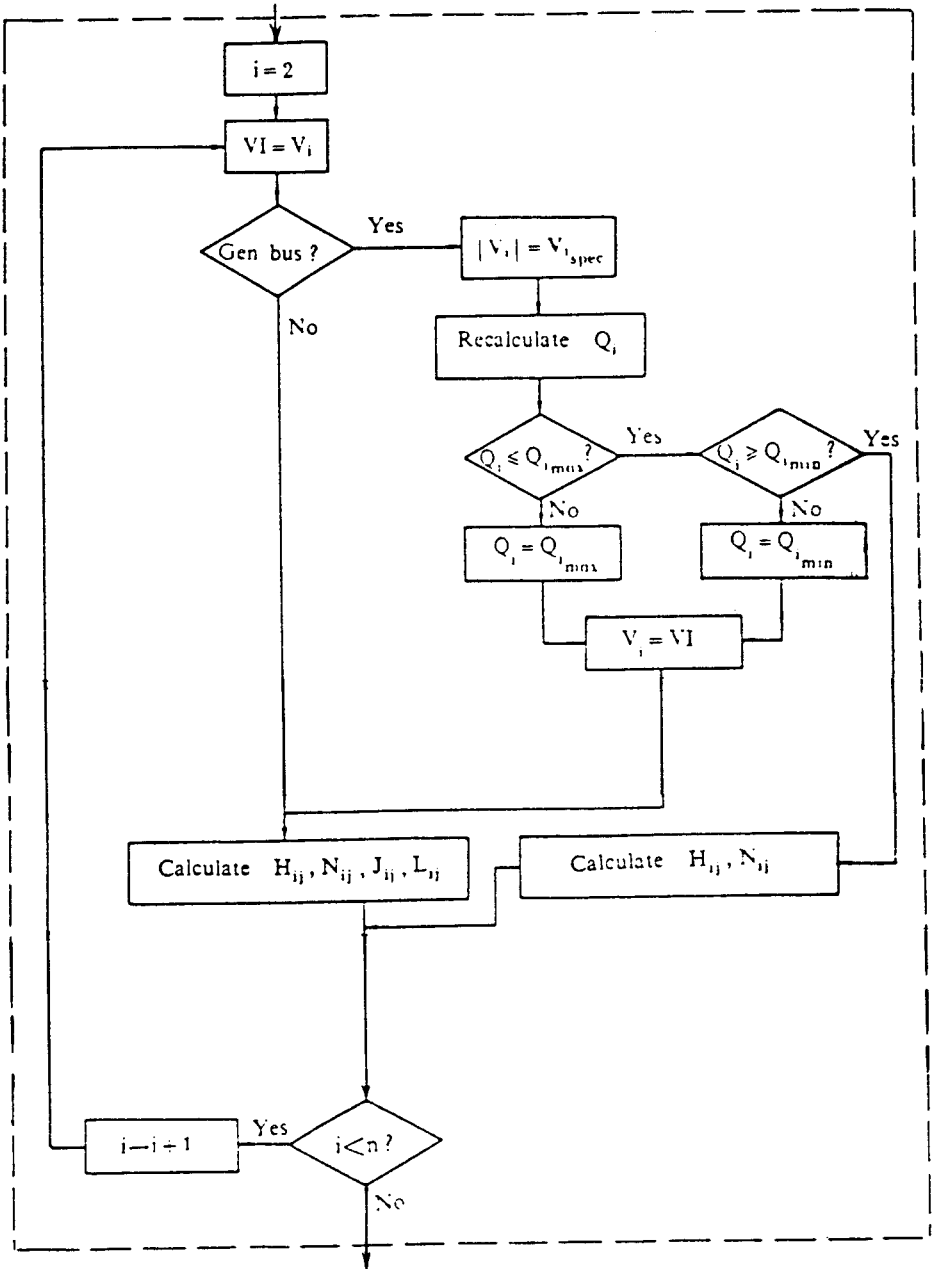
در استفاده از روش نیوتون - رافسون نیز باید محدودیت میزان توان راکتیو را در نظر گرفت. برای این منظور در مرحله ۷ محاسبات (تشکیل ماتریس جاکوبین)، ابتدا ولتاژ هر شین کنترل شده i را مساوی $V_{i\text{spec}}$ قرار می‌دهیم. سپس مجدداً Q_i را محاسبه می‌کنیم. آنگاه محدودیت زیر را آزمایش می‌کنیم:

$$Q_{i\text{min}} \leq Q_i \leq Q_{i\text{max}}$$

اگر Q_i در محدوده قابل قبول فوق قرار گیرد $|V_i|$ همان $V_{i\text{spec}}$ است و یک سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} و N_{ij} با استفاده از روابط مربوطه تشکیل می‌شود. در این حالت در محاسبات H_{ij} و N_{ij} باید از Q_i جدید و $V_{i\text{spec}}$ استفاده نمود.

اگر $Q_i > Q_{i\text{max}}$ باشد Q_i^{sch} را برابر $Q_{i\text{max}}$ قرار می‌دهیم، و اگر $Q_i < Q_{i\text{min}}$ باشد Q_i^{sch} را برابر $Q_{i\text{min}}$ قرار می‌دهیم. در اینصورت شین i در این تکرار کنترل شده نبوده و یک شین PQ (شین بار) است. لذا $|V_i|$ دیگر $V_{i\text{spec}}$ نیست بلکه همان $|V_i|$ محاسبه شده قبلی است. در این حالت برای این شین بار دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} ، N_{ij} ، J_j ، L_{ij} را تشکیل می‌دهیم.

در مورد شین‌های بار محاسبه مجدد Q_i لازم نیست و به ازاء هر شین PQ دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به عناصر H_{ij} ، N_{ij} ، J_j ، L_{ij} را تشکیل می‌دهیم. شکل (۷-۴) فلوجارت مراحل تشکیل جاکوبین را براساس مطالب ذکر شده نشان می‌دهد.



شکل ۴-۷: فلوچارت تشکیل ماتریس جاکوبین در روش NR

مثال ۴-۲: در شکل (۴-۵) در صورتیکه $0/95 \text{ PU} \leq Q_r \leq 0/5 \text{ PU}$ باشد، ولتاژ شین‌ها را از روش نیوتون - رافسون برای تکرار اول محاسبه کنید.

حل: ابتدا ماتریس Y_{bus} را تشکیل می‌دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} 2 - j7 & 0 & -2 + j7 \\ 0 & 3 - j8 & -3 + j8 \\ -2 + j7 & -3 + j8 & 5 - j15 \end{bmatrix} \text{ PU}$$

سپس برای ولتاژها مقادیر زیر را تخمین می‌زنیم:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ = 1 + j0 \text{ PU}$$

$$V_r = 1/0.5 \angle 0^\circ = 1/0.5 + j0 \text{ PU}$$

$$V_r = 1 \angle 0^\circ = 1 + j0 \text{ PU}$$

حال مقادیر a_{ij} و b_{ij} را برای $i = 1, 2, 3$ و $j = 1, 2, 3$ بدست می‌آوریم و محاسبه را برای تعیین P_r و Q_r ادامه می‌دهیم:

$$a_{r1} = G_{r1} c_1 - B_{r1} f_1 = 0$$

$$a_{r2} = G_{r2} c_2 - B_{r2} f_2 = 3 \times 1/0.5 = 3/15$$

$$a_{r3} = G_{r3} c_3 - B_{r3} f_3 = -3 \times 1 = -3$$

$$a_{r1} = G_{r1} c_1 - B_{r1} f_1 = -2 \times 1 = -2$$

$$a_{r2} = G_{r2} c_2 - B_{r2} f_2 = -3 \times 1/0.5 = -3/15$$

$$a_{r3} = G_{r3} c_3 - B_{r3} f_3 = 5 \times 1 = 5$$

$$b_{r1} = G_{r1} f_1 + B_{r1} c_1 = 0$$

$$b_{r2} = G_{r2} f_2 + B_{r2} c_2 = -\lambda \times 1/0.5 = -\lambda/4$$

$$b_{r3} = G_{r3} f_3 + B_{r3} c_3 = \lambda \times 1 = \lambda$$

$$b_{r1} = G_{r1} f_1 + B_{r1} c_1 = \nu \times 1 = \nu$$

$$b_{r2} = G_{r2} f_2 + B_{r2} c_2 = \lambda \times 1/0.5 = \lambda/4$$

$$b_{r3} = G_{r3} f_3 + B_{r3} c_3 = -1.5 \times 1 = -1.5$$

$$\begin{aligned} P_r &= c_r \sum_{j=1}^r a_{rj} + f_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = c_r(a_{r1} + a_{r2} + a_{r3}) \\ &= 1/0.5(0 + 3/1.5 - 3) = 0/1.575 \text{ PU} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_r &= c_r \sum_{j=1}^r a_{rj} + f_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = c_r(a_{r1} + a_{r2} + a_{r3}) \\ &= 1(-2 - 3/1.5 + 5) = -0/1.5 \text{ PU} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_r &= f_r \sum_{j=1}^r a_{rj} - c_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = -c_r(b_{r1} + b_{r2} + b_{r3}) \\ &= -1/0.5(0 - \lambda/4 + \lambda) = 0/42 \text{ PU} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_r &= f_r \sum_{j=1}^r a_{rj} - c_r \sum_{j=1}^r b_{rj} = -c_r(b_{r1} + b_{r2} + b_{r3}) \\ &= -1(\nu + \lambda/4 - 1.5) = -0/4 \text{ PU} \end{aligned}$$

Q_r محاسبه شده در محدوده قابل قبول است، لذا شین ۲ در این تکرار شین کنترل شده است. حال مقادیر ΔP_r ، ΔP_r و ΔQ_r را بدست می آوریم:

$$\Delta P_r = P_r^{\text{sch}} - P_r = 1/5 - 0/1575 = 1/3425 \text{ PU}$$

$$\Delta P_r = P_r^{\text{sch}} - P_r = -1/8 - (-0/15) = -1/65 \text{ PU}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{\text{sch}} - Q_r = -0/8 - (-0/4) = -0/4 \text{ PU}$$

ماتریس جاکوبین برای این سیستم در تکرار اول بشرح زیر است:

$$\text{Jac} = \left[\begin{array}{cc|c} H_{rr} & H_{rr} & N_{rr} \\ H_{rr} & H_{rr} & N_{rr} \\ \hline J_{rr} & J_{rr} & N_{rr} \end{array} \right]$$

برای تعیین عناصر این ماتریس براساس روابط مربوطه داریم:

$$H_{rr} = -Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = -0/42 - (1/05)^2 (-8) = 8/4$$

$$H_{rr} = a_{rr} f_r - b_{rr} e_r = -8 \times 1/05 = -8/4$$

$$H_{rr} = a_{rr} f_r - b_{rr} e_r = -8/4 \times 1 = -8/4$$

$$H_{rr} = -Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = 0/4 - (1)(1)^2 (-15) = 15/4$$

$$J_{rr} = -a_{rr} e_r - b_{rr} f_r = -(-3/15) \times 1 = 3/15$$

$$J_{rr} = P_r - |V_r|^2 G_{rr} = -0/15 - (1)^2 5 = -5/15$$

$$N_{rr} = a_{rr} e_r + b_{rr} f_r = -3 \times 1/05 = -3/15$$

$$N_{rr} = P_r + |V_r|^2 G_{rr} = -0/15 + (1)^2 5 = 4/15$$

$$L_{rr} = Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = -0.4 - (1)^2 (-15) = 14.6$$

حال مقادیر $\Delta\delta_r$ ، $\Delta\delta_r$ و $\Delta|V_r|$ را با استفاده از معادله (۴-۴۰) محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1/4 & -1/4 & -3/15 \\ -1/4 & 15/4 & 4/15 \\ 3/15 & -5/15 & 14/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_r \\ \Delta\delta_r \\ \frac{\Delta|V_r|}{|V_r|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3425 \\ -1/65 \\ -0.4 \end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_r = 0.1079 \text{ rad} = 6.18^\circ$$

$$\Delta\delta_r = -0.0291 \text{ rad} = -1.67^\circ$$

$$\frac{\Delta|V_r|}{|V_r|} = -0.0609$$

$$\Delta|V_r| = -0.0609 |V_r| = -0.0609 \times 1 = -0.0609 \text{ PU}$$

و به این ترتیب مقادیر جدید زاویه ولتاژها و دامنه ولتاژها قابل محاسبه هستند:

$$\delta_r^{(1)} = \delta_r^{(0)} + \Delta\delta_r^{(1)} = 0 + 6.18^\circ = 6.18^\circ$$

$$\delta_r^{(1)} = \delta_r^{(0)} + \Delta\delta_r^{(1)} = 0 - 1.67^\circ = -1.67^\circ$$

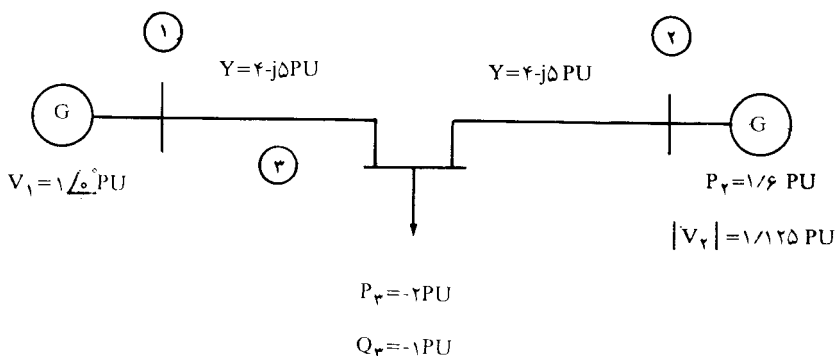
$$|V_r|^{(1)} = |V_r|^{(0)} + \Delta|V_r|^{(1)} = 1 - 0.0609 = 0.9391 \text{ PU}$$

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 1.05 \angle 6.18^\circ \text{ PU}$$

$$V_r = 0.9391 \angle -1.67^\circ \text{ PU}$$

مثال ۳-۴: در سیستم قدرت شکل (۴-۸) در صورتیکه $1 \text{ PU} \leq Q_r \leq 0.7 \text{ PU}$ باشد ولتاژ شین‌ها را در تکرار اول محاسبه کنید.



شکل ۴-۸: مربوط به مثال (۴-۳)

حل: ابتدا ماتریس Y_{bus} را بدست می‌آوریم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} 4 - j5 & 0 & -4 + j5 \\ 0 & 4 - j10 & -4 + j10 \\ -4 + j5 & -4 + j10 & 8 - j15 \end{bmatrix} \quad \text{PU}$$

سپس با تخمین ولتاژها، مقادیر a_{ij} و b_{ij} را بدست آورده و کمیت‌های P_i و Q_i را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{r1} = 0$$

$$a_{r2} = 4 \times 1/125 = 4/5$$

$$a_{rr} = -4 \times 1 = -4$$

$$a_{r1} = -4 \times 1 = -4$$

$$a_{r2} = -4 \times 1/125 = -4/5$$

$$a_{r3} = 8 \times 1 = 8$$

$$b_{r1} = 0$$

$$b_{r2} = -10 \times 1/125 = -11/25$$

$$b_{r3} = 10 \times 1 = 10$$

$$b_{r4} = 5 \times 1 = 5$$

$$b_{r5} = 10 \times 1/125 = 11/25$$

$$b_{r6} = -15 \times 1 = -15$$

$$P_r = 1/125 (0 + 4/5 - 4) = 0/5625 \text{ PU}$$

$$P_r = 1 (-4 - 4/5 + 8) = -0/5 \text{ PU}$$

$$Q_r = -1/125 (0 - 11/15 + 10) = 1/40625 \text{ PU}$$

$$Q_r = -1 (5 + 11/25 - 15) = -1/25 \text{ PU}$$

چون Q_r از 1 PU بزرگتر است لذا داریم:

$$Q_r^{\text{sch}} = 1 \text{ PU}$$

بنابر این شین ۲ در این تکرار کنترل شده نیست و شین بار می‌باشد و لذا دو سطر از ماتریس جاکوبین مربوط به این شین می‌شود. به این ترتیب ملاحظه می‌شود که ابعاد ماتریس جاکوبین در این حالت (۴×۴) می‌باشد که آنرا بشرح زیر نشان می‌دهیم:

$$\text{Jac} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ \hline J_{22} & J_{23} & L_{22} & L_{23} \\ J_{32} & J_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix}$$

برای محاسبه عناصر این ماتریس با توجه به روابط (۴-۴۵) تا (۴-۵۲) داریم:

$$H_{22} = -Q_2 - |V_2|^T B_{22} = -1 - (1/125)^T (-10) = -11/65625$$

$$H_{33} = a_{33} f_2 - b_{33} e_2 = -(10)(1/125) = -11/25$$

$$H_{23} = -11/25$$

$$H_{32} = 16/25$$

$$N_{22} = P_2 + |V_2|^T G_{22} = 0/5625 + (1/125)^T \times 4 = 5/625$$

$$N_{33} = a_{33} e_2 - b_{33} f_2 = -4(1/125) = -4/5$$

$$N_{32} = -4/5$$

$$N_{23} = 7/5$$

$$J_{22} = P_2 - |V_2|^T G_{22} = 0/5625 - (1/125)^T \times 4 = -4/5$$

$$J_{33} = a_{33} e_2 - b_{33} f_2 = -(-4) \times 1/125 = 4/5$$

$$J_{rr} = 4/5$$

$$J_{rr} = -8/5$$

$$L_{rr} = Q_r - |V_r|^2 B_{rr} = 1 - (1/125)^2 \times (1/125) \times (-10) = 13/656$$

$$J_{rr} = a_{rr} f_r - b_{rr} c_r = -(10) \times (1/125) = -11/25$$

$$L_{rr} = -11/25$$

$$L_{rr} = 13/75$$

حال مقادیر ΔP_r ، ΔQ_r ، ΔP_r ، ΔQ_r را بدست آورده و متعاقب آن مقادیر $\Delta \delta_r$ ، $\Delta \delta_r$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P_r = P_r^{\text{sch}} - P_r = 1/6 - 0/5625 = 1/0.375 \text{ PU}$$

$$\Delta P_r = P_r^{\text{sch}} - P_r = -2 - (-0/5) = -1/5 \text{ PU}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{\text{sch}} - Q_r = 1 - 1/40625 = -0/40625 \text{ PU}$$

$$\Delta Q_r = Q_r^{\text{sch}} - Q_r = -1 - (-1/25) = 0/25 \text{ PU}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_r \\ \Delta \delta_r \\ \hline \Delta |V_r| / |V_r| \\ \Delta |V_r| / |V_r| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11/65625 & -11/25 & 5/625 & -4/5 \\ -11/25 & 16/25 & -4/5 & 7/5 \\ \hline -4/5 & 4/5 & 13/65625 & -11/25 \\ 4/5 & -1/5 & -11/25 & 13/75 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1/0.375 \\ -1/5 \\ \hline -0/4.625 \\ 0/25 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_r = 0/05044 \text{ rad} = 2/89^\circ$$

$$\Delta \delta_r = -0/0407 \text{ rad} = -2/33^\circ$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/0584$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/07227$$

و در انتها، مقدار جدید δ_r ، δ_r ، $|V_r|$ و $|V_r|$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta |V_r| = -0/0584 \times 1/125 = -0/0657 \text{ PU}$$

$$\Delta |V_r| = -0/07227 \times 1 = -0/07227 \text{ PU}$$

$$\delta_r^{(1)} = 0 + 2/89^\circ = 2/89^\circ$$

$$\delta_r^{(1)} = 0 - 2/33^\circ = -2/33^\circ$$

$$|V_r|^{(1)} = 1/125 - 0/0657 = 1/0593 \text{ PU}$$

$$|V_r|^{(1)} = 1 - 0/07227 = 0/92773 \text{ PU}$$

بنابر این در پایان تکرار اول ولتاژهای محاسبه شده عبارتند از:

$$V_1 = 1 \angle 0^\circ \text{ PU}$$

$$V_2 = 1/0.593 \angle 2/89^\circ \text{ PU}$$

$$V_3 = 0.92773 \angle -2/33^\circ \text{ PU}$$

۱۰-۴ مقایسه روش‌های گوس - سایدل و نیوتون - رافسون

در ارزیابی و مقایسه روش‌های حل مسأله پخش بار نکات زیر را باید در نظر گرفت:

- ۱- تعداد تکرار برای حصول همگرایی
- ۲- زمان لازم برای محاسبات
- ۳- دقت جواب
- ۴- قابلیت اطمینان جهت حصول همگرایی
- ۵- سهولت برنامه‌نویسی کامپیوتر
- ۶- حافظه لازم جهت ذخیره سازی داده‌ها در کامپیوتر

روش GS به تکرارهای زیادی برای حصول همگرایی نیاز دارد و با بزرگ شدن سیستم قدرت و افزایش تعداد شین‌ها تعداد تکرارها نیز افزایش می‌یابد. همچنین انتخاب شین اصلی در تعداد تکرار برای حصول همگرایی مؤثر است. در روش NR تعداد تکرارها برای رسیدن به همگرایی بمراتب کمتر است و معمولاً بین ۳ الی ۶ تکرار می‌باشد. تعداد تکرار در این روش به اندازه سیستم^(۱) و انتخاب شین اصلی بستگی ندارد. در عوض در روش NR در هر تکرار عناصر ماتریس جاکوبین باید محاسبه شده و این ماتریس معکوس گردد که در نتیجه زمان مورد نیاز محاسبات برای هر تکرار بیشتر می‌شود. معمولاً زمان لازم برای هر تکرار روش NR بین ۵ تا ۱۰ برابر زمان مورد نیاز برای هر تکرار روش GS می‌باشد.

جوابهای بدست آمده در روش NR بسیار دقیق‌تر بوده و قابلیت اطمینان آن جهت حصول همگرایی نیز بسیار زیاد می‌باشد. روش GS از نظر سهولت برنامه‌نویسی بهتر است و در ضمن به حافظه کمتری جهت ذخیره‌سازی داده‌ها نیاز دارد. در صورتیکه برنامه‌نویسی روش NR مقداری پیچیده بوده و حافظه بیشتری برای داده‌ها و محاسبات مورد نیاز است.

در مجموع روش نیوتون - رافسون نسبت به روش گوس - سایدل برتری دارد و برای سیستم‌های قدرت بزرگ عملاً از روش NR استفاده می‌شود. تنها اشکال این روش، یعنی نیاز به حافظه زیاد در کامپیوتر، امروزه در برنامه‌های کامپیوتری با استفاده از ذخیره‌سازی متراکم در ماتریس‌های Y_{bus} و جاکوبین تا حدی قابل رفع می‌باشد. در بسیاری از محاسبات، برای پائین آوردن زمان انجام محاسبات، می‌توان چند تکرار اول را با روش GS انجام داد و سپس نتایج حاصله را بعنوان حدس‌های اولیه برای روش نیوتون - رافسون مورد استفاده قرار داد.

۱۱-۴ روش Decoupled در حل مسأله پخش بار

سیستم‌های قدرت الکتریکی در حین کار عادی ممکن است با شرایط اضطراری از قبیل خروج واحدهای ژنراتوری، تغییر ناگهانی بار، قطع شدن خطوط مهم و غیره مواجه شوند. تأثیر اختلالات فوق‌الذکر باید در فاصله زمانی بسیار کوتاه بررسی شود و نتایج آن جهت تعیین روش مواجهه با این اختلالات مورد استفاده قرار گیرد. تشخیص بهنگام^(۱) شرایط عملکرد واقعی یک سیستم با استفاده از سیستم‌های ابزار دقیق گسترده‌ای انجام می‌شود که کار جمع‌آوری اطلاعات، تحلیل ایمنی سیستم و ارزیابی شرایط اضطراری را با استفاده از روش‌های پخش بار سریع انجام می‌دهند. برای خروج یک ژنراتور و یا تغییر بار، بردار قدرت شین‌ها اصلاح می‌شود، و برای خروج یک خط یا ترانسفورماتور، ماتریس Y_{bus} ترمیم می‌گردد. سپس با استفاده از یک پخش بار سریع، ولتاژ شین‌ها، قدرت جاری در خطوط و قدرت تولیدی ژنراتور محاسبه می‌شوند. دقت محاسبات در روش‌های سریع پخش بار در مقایسه با پخش بار عادی کمتر است، لیکن تعیین پاسخ شرایط اضطراری در چند ثانیه با خطای حدود ۵ درصد به پاسخ دقیق در زمان یک یا دو دقیقه ارجحیت دارد. حال به بررسی روش Decoupled می‌پردازیم.

چنانچه بین دو نقطه i و j از یک سیستم قدرت، راکتانس X قرار گرفته باشد، در مباحث فصل دوم و همچنین در درس بررسی سیستم‌های قدرت ۱ (خطوط انتقال) دیدیم که قدرت‌های اکتیو و راکتیو جاری از نقطه i بطرف نقطه j تقریباً برابرند با:

$$P_{ij} = \frac{|V_i| |V_j|}{X} \sin \delta = P_{\max} \sin \delta \quad (۴-۵۴)$$

$$Q_{ij} = \frac{|V_i|}{X} (|V_i| - |V_j| \cos \delta) = \frac{|V_i|}{X} \Delta V \quad (۴-۵۵)$$

این روابط وابستگی قدرت اکتیو و زاویه ولتاژ از یک طرف و وابستگی قدرت راکتیو و ولتاژ را از طرف دیگر نشان می‌دهند. استقلال دو کانال $P\delta$ و QV در یک سیستم بهم پیوسته با بکار بردن تقریب‌هایی در روابط پخش بار قابل بررسی است، و برای بررسی دقیق میزان این استقلال باید محاسبه پخش بار را در توان‌های اکتیو و راکتیو مختلف انجام داد. نتایج تجربی پخش بار در حالت‌های مختلف نشان می‌دهد که P و δ بمیزان زیادی بهم وابسته بوده و در یک کانال کنترل می‌شوند و تغییرات Q و $|V|$ تأثیر زیادی روی آنها ندارد. همچنین Q و $|V|$ نیز وابستگی زیادی داشته و با تغییرات P و δ چندان تغییری نمی‌کنند. در روش Decoupled با توجه به ارتباط ضعیف کانالهای $P\delta$ و QV از تأثیر این دو کانال بر یکدیگر صرف‌نظر می‌گردد. روش نیوتون - رافسون براساس رابطه زیر بنا شده‌است:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \quad (4-56)$$

این رابطه را بصورت زیر تفکیک می‌کنیم:

$$\Delta P = H\Delta\delta + N \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (4-57)$$

$$\Delta Q = J\Delta\delta + L \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (4-58)$$

با توجه به مستقل بودن P از $|V|$ و همچنین Q از δ داریم:

$$N_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} |V_j| \cong 0$$

$$J_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \cong 0$$

بنابر این ماتریسهای N و J نیز تقریباً برابر صفر هستند و روابط (4-56) و (4-57) به این صورت بیان می‌شوند:

$$\Delta P = H\Delta\delta \quad (4-59)$$

$$\Delta Q = L \frac{\Delta |V|}{|V|} \quad (4-60)$$

حال به جای حل معادله (۴-۵۶)، دو معادله (۴-۵۹) و (۴-۶۰) را مجزا از یکدیگر و هر کدام را از روش نیوتون - رافسون حل می‌کنیم. با این کار ضمن اینکه بطور قابل ملاحظه‌ای سرعت محاسبات افزایش می‌یابد، حجم حافظه لازم جهت ذخیره‌سازی متغیرها کاهش خواهد یافت، در عوض جوابهای بدست آمده از دقت کمتری برخوردار هستند.

مثال ۴-۴: مثال (۴-۲) را با استفاده از روش Decoupled حل کنید:

حل: با استفاده از معادلات (۴-۵۹) و (۴-۶۰) داریم:

$$\Delta P = H \Delta \delta$$

$$\begin{bmatrix} 1/4 & -1/4 \\ -1/4 & 15/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3425 \\ -1/65 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_2 = 0/116 \text{ rad} = 6/6^\circ$$

$$\Delta \delta_3 = -0/0439 \text{ rad} = -2/5^\circ$$

$$L \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = \Delta Q$$

$$14/6 \frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/4$$

$$\frac{\Delta |V_r|}{|V_r|} = -0/0274$$

$$\Delta |V_r| = -0/0274 \times 1 = -0/0274 \text{ PU}$$

$$\delta_2^{(1)} = 0 + 6/6^\circ = 6/6^\circ$$

$$\delta_r^{(1)} = 0 - 2/5^\circ = -2/5^\circ$$

$$|V_r|^{(1)} = 1 - 0/0.274 = -0/9726 \text{ PU}$$

۱۲-۴ روش Fast - Decoupled در حل مسأله پخش بار

علاوه بر آنچه در روش Decoupled ذکر شد، با افزایش تقریب محاسبات در هر تکرار، سرعت محاسبات را می‌توان افزایش داد. در این روش به علت اختلاف ناچیز در زاویه‌های ولتاژ، معادلات به صورت زیر در می‌آیند:

$$\delta_i - \delta_j \cong 0$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \cong - |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = - |V_i| |V_j| B_{ij} \quad (4-61)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cong |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin \phi_{ij} - |V_i|^2 |Y_{ii}| \sin \phi_{ii}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \approx - |V_i|^2 B_{ii} \quad (4-62)$$

به‌همین ترتیب برای مشتقات توان راکتیو نسبت به ولتاژها داریم:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \cong - |V_i| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = - |V_i| B_{ij} \quad (4-63)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong - \sum_{j=1}^n |V_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} - |V_i| |Y_{ii}| \sin \phi_{ii}$$

و یا:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong - |V_i| B_{ii} \quad (4-64)$$

استفاده از معادلات (۴-۶۱) تا (۴-۶۴) حجم محاسبات را برای تعیین ماتریس جاکوبین نسبتاً کم می‌کند و در نتیجه میزان قابل توجهی از حجم محاسبات کم می‌شود.

۱۳-۴ پخش بار DC (۱)

اگر هدف از انجام پخش بار تعیین مقدار تقریبی توان اکتیو خطوط باشد، خصوصاً هنگامی که لازم باشد این مقادیر بسیار سریع تعیین شوند از روش DC استفاده می‌کنیم. در این روش بعلت کوچک بودن مؤلفه حقیقی امپدانس خطوط از آن صرف‌نظر می‌شود. در نتیجه:

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| \sin(\delta_i - \delta_j) \quad i=2,3,\dots,n \quad (4-65)$$

چون $\delta_i - \delta_j$ بسیار کوچک است لذا داریم:

$$\sin(\delta_i - \delta_j) \cong \delta_i - \delta_j$$

همچنین با توجه به اینکه دامنه ولتاژ شین‌ها تقریباً ۱ PU است، معادله (۴-۶۵) را می‌توان به این صورت نوشت:

$$P_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| (\delta_i - \delta_j) \quad i=2,3,\dots,n \quad (4-66)$$

در معادله اخیر P_1, P_2, \dots, P_n معلوم و $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ مجهول هستند. بنابراین $n-1$ معادله با $n-1$ مجهول در دسترس می‌باشد که با حل این معادلات، $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ بدست خواهند آمد. در اینجا با توجه به اینکه معادلات فوق خطی می‌باشند، نیازی به استفاده از روش‌های مبتنی بر تکرار نمی‌باشد. با بدست آمدن زاویه ولتاژ شین‌ها، توان اکتیو خطوط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{ij} = \text{Re} \left[V_i \left(\frac{V_i - V_j}{R + jX} \right)^* \right]$$

از آنجائیکه $R \approx 0$ ، $V_i \approx 1 \angle \delta_i$ و $V_j \approx 1 \angle \delta_j$ هستند، خواهیم داشت:

$$P_{ij} \cong \left[\sin \delta_i \left(\frac{\sin \delta_i - \sin \delta_j}{jX} \right)^* \right]$$

$$= \frac{\sin (\delta_i - \delta_j)}{X}$$

و چون $\sin (\delta_i - \delta_j) \cong \delta_i - \delta_j$ داریم:

$$P_{ij} = \frac{\delta_i - \delta_j}{X} \quad (4-67)$$

باید دقت نمود که در معادلات (۴-۶۶) و (۴-۶۷) زوایای δ برحسب رادیان می‌باشند.

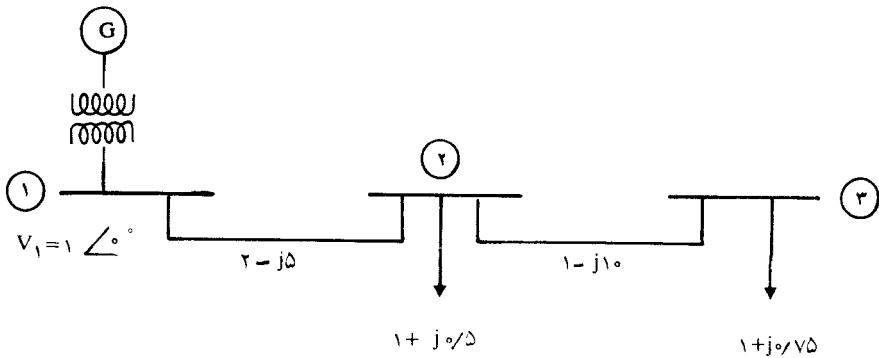
مسائل فصل چهارم

۴-۱ در مثال (۴-۱) در ادامه تکرار دوم ولتاژهای V_5 و V_6 را محاسبه کنید. سپس محاسبه ولتاژها را برای تکرار سوم از روش GS ادامه دهید.

۴-۲ در مثال (۴-۳) اگر $1/2PU \leq Q_2 \leq 0/VPU$ باشد، با دوبار تکرار از روش نیوتون - رافسون ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید. سپس قدرت جاری در خطوط انتقال را محاسبه نمایید و با بررسی توازن قدرت در هر شین درصد صحت جوابها بعد از دو تکرار را مطالعه نمایید.

۴-۳ مسأله (۴-۲) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دوبار تکرار حل کنید و نتایج را با مسأله (۴-۲) از نظر دقت جوابها مقایسه نمایید. ملاک دقت محاسبات را توازن قدرت در شین‌ها در نظر بگیرید.

۴-۴ در شکل (۴-۹) ولتاژ شین‌ها را با دوبار تکرار از روش GS بدست آورده و ΔV_{max} را در انتهای تکرار دوم محاسبه کنید. اگر از ضریب تسریع $\alpha = 1/4$ استفاده شود در پایان تکرار دوم ΔV_{max} را بدست آورده با مقدار قبلی مقایسه کنید.



شکل ۴-۹: مربوط به مسأله (۴-۴)

۴-۵ سیستم قدرت مسأله (۴-۴) را از روش Decoupled نیوتون - رافسون با دو تکرار حل کنید و δ_2 و δ_3 و $|V_2|$ و $|V_3|$ را بدست آورید. از مقاومت اهمی خطوط صرف نظر کنید.

۴-۶ سیستم قدرتی با ۴ شین مثال بزنید و محاسبات زیر را در مورد آن انجام دهید:

الف) با استفاده از روش Fast Decoupled ولتاژ شین‌ها و زاویه‌های ولتاژ را بدست آورید (دوبار تکرار کافی است).

ب) با استفاده از روش DC، زاویه ولتاژ شین‌ها و همچنین قدرت اکتیو خطوط را محاسبه کنید. سپس توازن قدرت در شین‌ها را بررسی کرده و میزان دقت پخش بار DC را مورد مطالعه قرار دهید.